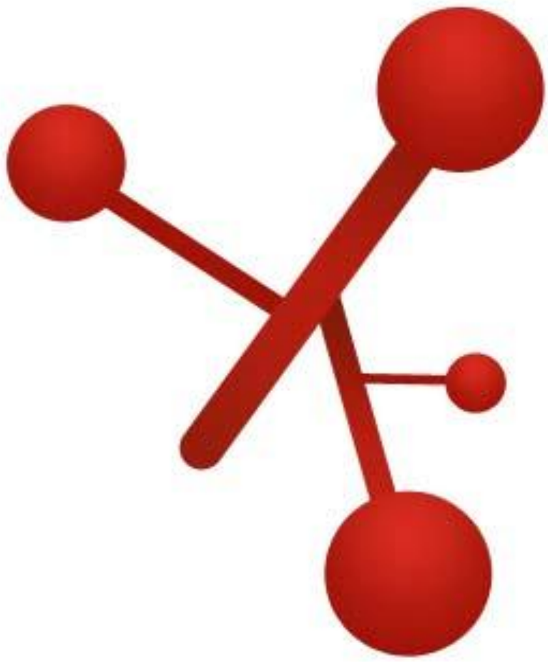


Ámbito Científico y Tecnológico.

Repaso de números enteros y racionales

Prioridad de las operaciones

Si en una operación aparecen sumas, o restas y multiplicaciones o divisiones, el resultado varía según el orden en que se realicen. El orden de las operaciones combinadas es:

1º) Si en una expresión aparecen paréntesis, corchetes o llaves, lo primero que hay que realizar son las operaciones que hay dentro de dichos paréntesis, corchetes y llaves (por ese orden)

2º) Las multiplicaciones y divisiones, conforme van apareciendo de izquierda a derecha.

> **Por ejemplo, en la operación 10 x 2 :5, primero se haría la multiplicación pues aparece más a la izquierda, quedando 10 x 2 : 5 = 20 : 5 = 4. Sin embargo, en la operación 10 : 2 x 5, primero se haría la división pues ahora aparece más a la izquierda, con lo que el resultado sería 10 : 2 x 5 = 5 x 5 = 25.**

3º) Sumas y restas

Ejemplo: 80 – [18 + 3 . **(5 – 2)** – 2 . 4 – (7 – **8 : 2**)] = 80 – [18 + 3 . 3 – 2 . 4 – **(7 – 4)**] =

80 – [18 + **3 . 3** – **2 . 4** – 3] = 80 – [18 + 9 – 8 – 3] = 80 – 16 = 64

Operaciones con números enteros

Suma de números enteros con el mismo signo: Se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

- La suma de dos números enteros negativos es otro número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo.

a.) 5 + 7 = + (+ 5 + 7) = +12

b.) (-3) + (-6) = - (-3 -6) = -9

Suma de números enteros con distinto signo: Se toman sus valores absolutos, al mayor valor se le resta el menor y se pone el signo del mayor.

a.) -7 + 12 = + 12 - -7 = +12 – 7 = +5

b.) 11 + -16 = - -16 – 11 = -16 -11 = -5

Si tenemos una suma de varios números enteros de distinto signo:

a) Se suman los números positivos, por un lado y los negativos por otro.
b) Se suman el número positivo y el número negativo obtenido.

(+4) + (-2) + (+3) + (+5) +(-6) = (+12) + (-8) = +4

Resta de números enteros: Para restar un número entero, si éste está dentro de un paréntesis, se cambia el signo del número.

- (- 5) – (+ 7) = (- 5) + (- 7) = - 12
- (+ 4) – (- 6) = (+ 4) + (+6) = + 10
- (- 3) – (- 7) = (- 3) + (+7) = + 4

El **signo (-)** puede tener dos significados:

a) Puede indicar que un número es negativo (signo de número). Ejemplo**: -** 8.

b) Puede indicar una resta (signo de operación).

En la primera unidad vimos que el paréntesis nos indica qué operaciones tenemos que realizar primero. Para realizar la operación 7 + (5 – 16), lo hacemos así:

a) Primero hacemos la operación indicada dentro del paréntesis.

b) Si delante del paréntesis tenemos un signo **+**, no cambiamos el signo del resultado de efectuar las operaciones del paréntesis.

c) Pero si delante del paréntesis hay un signo **-**, cambiamos de signo el resultado del paréntesis.

7 + (-11) = 7 – 11 = **-4**
7 - (5 – 16) = 7 **–** (-11) = 7 + 11 = **+18**

Multiplicación de números enteros: hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

(+5).(+3) = +15

(-5).(-3) = +15

(+5).(-3) = -15

(-5).(+3) = -15

División de números enteros:se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos. Se sigue la misma regla de los signos que para el producto.

Potenciación

En la expresión de la potencia de un número consideramos dos partes:

- **La base** es el número que se multiplica por sí mismo
- **El exponente** es el número que indica las veces que la base aparece como factor.

$$5^{3} = 5.5.5 = 125$$

- Cualquier número elevado al exponente 1 es igual al mismo número.

- Cualquier número elevado al exponente 0 es igual a 1.

Producto de potencias de la misma base

Para multiplicar potencias de la misma base se deja la misma base y se suman los exponentes. $a^m.a^n = a^{m+n}$

Ejemplos: $5^3.5^4 = 5^7$ $7^8.7^9 = 7^{17}$

Cociente de potencias de la misma base

Para dividir potencias de la misma base se deja la misma base y se restan los exponentes. $a^m:a^n = a^{m-n}$

Ejemplos: $4^6:4^2 = 5^4$ $5^{12}:5^8 = 5^4$

Potencia de exponente negativo

Una potencia de exponente negativo equivale al inverso de esa potencia con exponente postivo. Es decir:

Ejemplos: $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$

Potencia de base negativa

Al elevar un número negativo a un exponente par el resultado es siempre positivo. Al elevarlo a un exponente impar, el resultado es siempre negativo.

Ejemplos: $(-5)^4 = (-5).(-5).(-5).(-5) = 625$ El resultado es positivo

$(-5)^3 = (-5).(-5).(-5) = -125$ El resultado es negativo

Potencia de otra potencia

Para elevar una potencia a otra potencia, se déjà la misma base y se multiplicand0 los exponentes. $(a^m)^n = a^{m.n}$

Ejemplos: $(3^2)^4 = 3^8$

Fíjate que: $(3^2)^4 = 3^2 . 3^2 . 3^2 . 3^2 = 3^{2+2+2+2} = 3^8$

Simplificación de fracciones: fracción irreducible

Para simplificar se divide el numerador y el denominador de la fracción por el mismo número que sea divisor de ambos. Cuando una fracción no se puede simplificar más se dice que es **irreducible** y sus términos son primos entre sí.

Para obtener la fracción irreducible, basta con seguir el siguiente proceso:

a) Se descompone en factores primos el numerador
b) Se descompone en factores primos el denominador
c) Se escribe la fracción de nuevo, siendo el numerador el producto de sus factores primos, y el denominador también el producto de sus factores primos.
d) Eliminamos aquellos factores primos que se repiten en numerador y denominador
e) Multiplicamos ahora los factores primos que queden en el numerador, y ese será el numerador de la fracción irreducible. Si no hubiera ningún factor, el numerador sería 1.
f) Multiplicamos ahora los factores primos que queden en el denominador, y ese será el denominador de la fracción irreducible. Si no hubiera ningún factor, el denominador sería 1.

$$\frac{420}{126} = \frac{\cancel{2} \; x \; 2 \; x \; \cancel{3} \; x \; 5 \; x \; \cancel{7}}{\cancel{2} \; x \; \cancel{3} \; x \; 3 \; x \; \cancel{7}} = \frac{2 \; x \; 5}{3} = \frac{10}{3}$$

Reducción de fracciones a un denominador común

1. Se halla el m.c.m. de los denominadores.

2. Se coloca el m.c.m. como denominador común a todas ellas.

3. Para hallar el numerador de cada fracción se divide el m.c.m. por el denominador que tenía la fracción y el cociente obtenido se multiplca por el numerador.

Ejemplo: Vamos a reducir a común denominador las fracciones $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$.

Solución: Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores:

m.c.m. (3,6,4) = 12; que será el nuevo denominador de todas ellas,

y calculamos los numeradores:

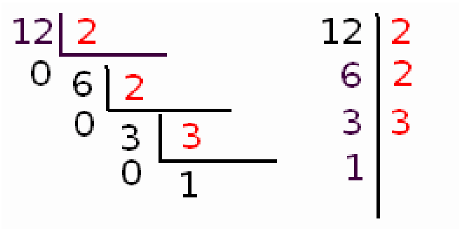
$\frac{2}{3} \rightarrow \frac{12:3.2}{12} = \frac{4}{12}$

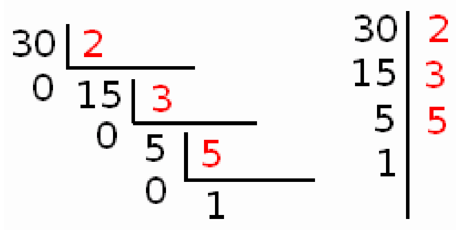
$\frac{5}{6} \rightarrow \frac{12:6.5}{12} = \frac{10}{12}$

$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{12:4.3}{12} = \frac{9}{12}$

Método general para calcular el mínimo común múltiplo de un conjunto de números

Descomponemos los números en producto de factores primos:





$12=2^2 \cdot 3$ $30= 2 \cdot 3 \cdot 5$

El mínimo común múltiplo es el **producto de los factores comunes, eligiendo el que tiene mayor exponente, y los factores no comunes:**

m.c.m = $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 =$ 60

Suma y resta de números racionales: han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo. Realizamos los cálculos necesarios, tal y como hemos visto anteriormente:

Ejemplos:

$a)\frac{7}{4}+\frac{5}{6}=\frac{7\cdot 3}{12}+\frac{5\cdot 2}{12}=\frac{21}{12}+\frac{10}{12}=\frac{31}{12}$

$b)\ \frac{8}{21}-\frac{4}{12}=\frac{8\cdot 4}{84}-\frac{4\cdot 7}{84}=\frac{32}{84}-\frac{28}{84}=\frac{4}{84}$

Ejemplo:

$2+\frac{1}{3}=\frac{2}{1}+\frac{1}{3}=\frac{3:1.2}{3}+\frac{3:3.1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$

Multiplicación de números racionales: el resultado es un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

En general: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \begin{cases} \text{numerador: producto de los numeradores} \\ \text{denominador: producto de denominadores} \end{cases}$

Ejemplo:

$a)\frac{3}{5}.\frac{2}{7} = \frac{6}{35} \quad b)\frac{2}{3}.\frac{5}{6}.\frac{3}{7} = \frac{30}{126} \quad c)\frac{-3}{2}.\frac{5}{2} = \frac{-15}{4}$

Para multiplicar un número entero por un número racional, multiplicaremos el entero por el numerador del número racional y dejaremos el denominador como está.

En realidad escribimos el número entero en forma de fracción, con denominador 1 y realizamos la multiplicación:

$$4.\frac{3}{5} = \frac{4}{1}.\frac{3}{5} = \frac{4.3}{1.5} = \frac{12}{5}$$

División de números racionales: Para dividir dos números racionales se multiplica en cruz.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \begin{cases} \text{numerador: producto de numerador de la 1ª por denominador de la 2ª} \\ \text{denominador: producto de denominador de la 1ª por numerador de la 2ª} \end{cases}$$

Ejemplos:

$a)\frac{3}{5}:\frac{2}{7} = \frac{21}{10} \quad b)\frac{2}{3}:\frac{5}{6}:\frac{1}{7} = \frac{12}{15}:\frac{1}{7} = \frac{84}{15} \quad c)\frac{4}{9}:5 = \frac{4}{9}:\frac{5}{1} = \frac{4}{45} \quad d)\frac{-3}{2}:\frac{5}{2} = \frac{-6}{10}$

Ejercicios de repaso

Resuelve las siguientes operaciones:

a) $(3 - 8) + [5 - (-2)] =$

b) $5 - [6 - 2 - (1 - 8) - 3 + 6] + 5 =$

c) $9 : [6 : (- 2)] =$

d) $[(-2)^5 - (-3)^3]^2 =$

e) $(5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4) \cdot (4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2)^2 =$

f) $[(17 - 15)^3 + (7 - 12)^2] : [(6 - 7) \cdot (12 - 23)] =$

g) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} =$

h) $\frac{1}{2} + \frac{7}{6} - \frac{3}{5} =$

i) $\frac{10}{7} + \frac{8}{16} + \frac{-7}{2}$

j) $\frac{1}{8} + \frac{5}{3} - \frac{3}{5} =$

k) $\frac{45}{21} \bullet \frac{49}{20} =$

$l)$ $\frac{90}{49} \bullet \frac{77}{30}$

m) $\frac{3}{5} : \frac{2}{10} =$

$n)$ $\frac{13}{11} : \frac{50}{9} =$

ñ) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} * \frac{10}{3} =$

o) $5 + \frac{2}{7} =$

$p)$ $\frac{2}{7} * \frac{-3}{2} + \frac{7}{2} * \frac{3}{5} =$

$q)$ $\frac{8}{3} * \frac{2}{5} - 10 + \frac{5}{2} * \frac{3}{10}$