

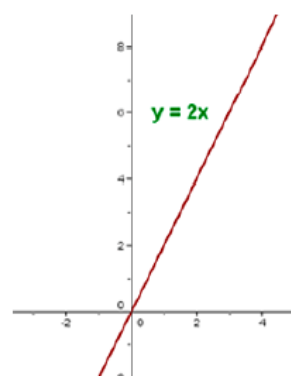
Bloque 3. Análisis

2. Tipos de funciones

1. Función lineal

Es una función polinómica de primer grado y tiene una ecuación del tipo: $y = mx$. Su gráfica es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, y su pendiente es m .

x	y = 2x
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

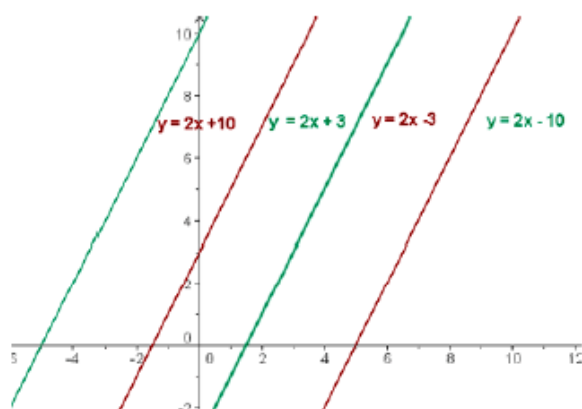


Si $m > 0$ la función es creciente y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es **agudo**. Si $m < 0$ la función es decreciente y ángulo que forma la recta con la parte positiva del eje OX es **obtuso**.

Dominio	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Recorrido	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Máximos absolutos	No tiene
Mínimos absolutos	No tiene
Máximos relativos	No tiene
Mínimos relativos	No tiene
Continuidad	Continua en \mathbb{R}
Crecimiento	Si $m > 0$, estrictamente creciente Si $m < 0$, estrictamente decreciente Si $m = 0$, constante
Periodicidad	No es periódica
Simetría	Simétrica respecto del origen
Corte con el eje X	En $(0,0)$
Corte con el eje Y	En $(0,0)$

2. Función lineal afín

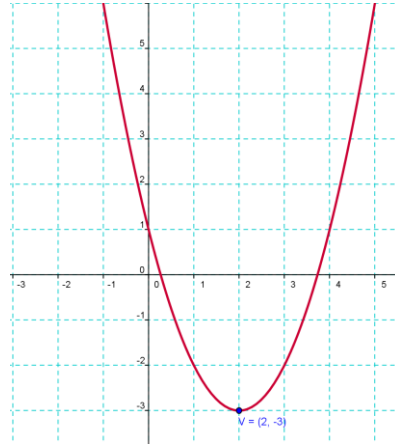
Es una función de primer grado y su ecuación es del tipo: $y = mx + n$, m es la pendiente y n la ordenada de origen $(0,n)$ que nos indicará el punto de corte con el eje Y. Su gráfica es también una recta, pero no pasa por el origen de coordenadas.



Dominio	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Recorrido	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Máximos absolutos	No tiene
Mínimos absolutos	No tiene
Máximos relativos	No tiene
Mínimos relativos	No tiene
Continuidad	Continua en \mathbb{R}
Crecimiento	Si $m > 0$, estrictamente creciente Si $m < 0$, estrictamente decreciente Si $m = 0$, constante
Periodicidad	No es periódica
Simetría	No es simétrica respecto del origen ni respecto del eje Y
Corte con el eje X	En $(-n/m, 0)$
Corte con el eje Y	En $(0, n)$

3. Función cuadrática. La parábola.

Es una función de ecuación es del tipo: $y = ax^2 + bx + c$. Su gráfica es una parábola, que tendrá en un vértice un punto de inflexión (donde pasa de crecer a decrecer o viceversa).



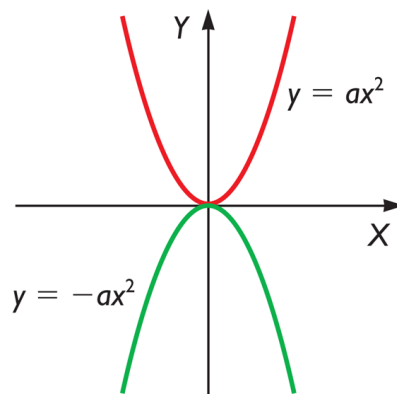
Las componentes del punto que es el vértice se calculan de la siguiente forma:

- Componente $x = -b/2a$
- Componente $y = f(-b/2a)$
- Por tanto el vértice será el punto $V(-b/2a, f(-b/2a))$

Ejemplo: El vértice de la parábola $y = x^2 + 6x + 5$ será...

- Componente $x = -6/(2 \cdot 1) = -3$
- Componente $y = f(-3) = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$
- Por tanto el vértice será el punto $V(-3, -4)$

Si $a > 0$, la parábola será cóncava (el vértice será mínimo), mientras que si $a < 0$ la parábola será convexa (y el vértice será máximo).

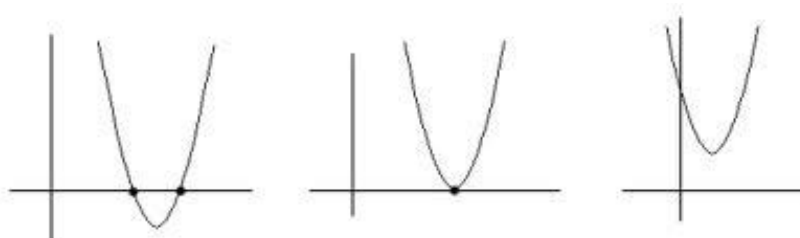


Puntos de corte de la parábola con el eje Y: La parábola corta al eje y cuando $x = 0$. Siendo la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, al sustituir x por 0, nos queda que $y = c$. Por tanto, el punto de corte de la parábola con el eje Y será $(0,c)$. Si c no existiera, el punto de corte será el origen $(0,0)$.

Puntos de corte de la parábola con el eje X: La parábola puede cortar al eje X cuando $y = 0$. Siendo la ecuación $y = ax^2 + bx + c$, al sustituir y por 0, nos queda que $0 = ax^2 + bx + c$. Por tanto, para saber los posibles puntos de corte de la parábola con el eje X habrá que resolver la ecuación de segundo grado. En función de la resolución de la ecuación, podemos tener dos puntos de corte (si el discriminando $b^2 - 4ac$ es positivo), uno (si el discriminando es cero) o ninguno (si el discriminando es negativo y por tanto no tiene solución la ecuación).

- Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ si $b^2 - 4ac > 0$
- Un punto de corte: $(x_1, 0)$ si $b^2 - 4ac = 0$
- Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$

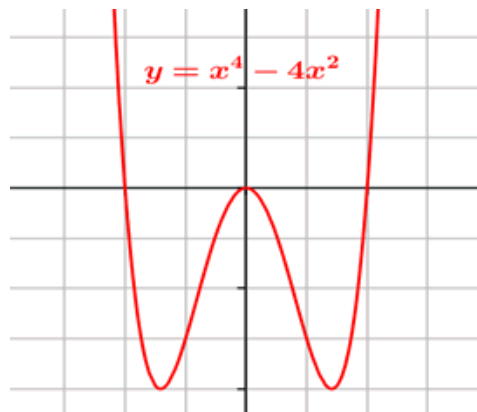
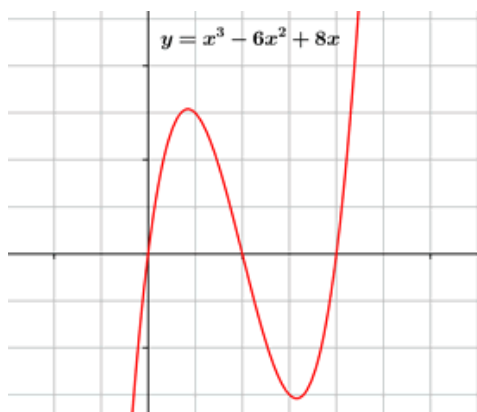
En la siguiente imagen vemos un ejemplo de cada una de estas tres situaciones.



Dominio	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Recorrido	Si $a > 0$, es cóncava, por lo que el Recorrido será $[f(-b/2a), +\infty)$ Si $a < 0$, es convexa, por lo que el Recorrido será $(-\infty, f(-b/2a)]$
Máximos absolutos	Si $a > 0$, es cóncava, no tiene máximos absolutos Si $a < 0$, es convexa, el máximo absoluto será el vértice
Mínimos absolutos	Si $a > 0$, es cóncava, el mínimo absoluto es el vértice Si $a < 0$, es convexa, no tiene mínimos absolutos
Máximos relativos	Si $a > 0$, es cóncava, no tiene máximos relativos Si $a < 0$, es convexa, el máximo relativo será el vértice
Mínimos relativos	Si $a > 0$, es cóncava, el mínimo relativo es el vértice Si $a < 0$, es convexa, no tiene mínimos relativos
Continuidad	Continua en \mathbb{R}
Crecimiento	Si $a > 0$, es cóncava, será estrictamente decreciente desde $(-\infty, -b/2a)$ y estrictamente creciente en $(-b/2a, +\infty)$ Si $a < 0$, es convexa, será estrictamente creciente desde $(-\infty, -b/2a)$ y estrictamente decreciente en $(-b/2a, +\infty)$ El vértice será punto de inflexión
Periodicidad	No es periódica
Simetría	Si $c=0$, será simétrica respecto del eje Y.
Corte con el eje X	Hay que resolver $0 = ax^2 + bx + c$ y tendrá: Dos puntos de corte: $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$ si $b^2 - 4ac > 0$ Un punto de corte: $(x_1, 0)$ si $b^2 - 4ac = 0$ Ningún punto de corte si $b^2 - 4ac < 0$
Corte con el eje Y	$(0,c)$

4. Funciones polinómicas

Es una función cuya ecuación es del tipo: $y = P(x)$. Donde $P(x)$ es un polinomio que puede ser de cualquier grado. Las funciones lineales y cuadráticas con casos concretos de funciones polinómicas (de grado 1 y 2 respectivamente).



Las funciones polinómicas se caracterizan porque su Dominio es el conjunto de todos los números reales, es decir, va de $(-\infty, +\infty)$.

Dominio	\mathbb{R} , es decir $(-\infty, +\infty)$
Recorrido	Depende de $P(x)$
Máximos absolutos	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Mínimos absolutos	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Máximos relativos	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Mínimos relativos	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Continuidad	Continua en \mathbb{R}
Crecimiento	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Periodicidad	No es periódica
Simetría	Puede haber dependiendo de $P(x)$
Corte con el eje X	Hay que resolver $0 = P(x)$, puede ser una ecuación de primer grado (un punto de corte), de segundo (dos, uno o ningún punto de corte), o de grado n (habrá que sacar las raíces por Ruffini y puede tener múltiples puntos de corte)
Corte con el eje Y	$(0, c)$

5. Funciones racionales. Función de proporcionalidad inversa.

Las **funciones racionales** son funciones cuya ecuación es el cociente de un polinomio entre otro, es decir, del tipo:

$$f(x) = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n}{b_0 + b_1x + b_2x^2 + \dots + b_mx^m}$$

$$\text{O también se puede escribir como } f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

El **dominio** de una **función racional** de lo forman todos los números reales menos los valores de x que anulan el denominador. Es decir, para calcular el dominio de la función racional, tendremos que resolver la ecuación que resulta de igualar su denominador Q(x) a cero, y los resultados que obtengamos serán los puntos que quedarán fuera del dominio. Esto se debe a que no se puede dividir un número entre 0.

Ejemplo

$$f(x) = \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}$$

Igualamos el denominador a cero y al resolver la ecuación (en este caso de segundo grado, se obtienen como resultados 2 y 3. Por tanto:

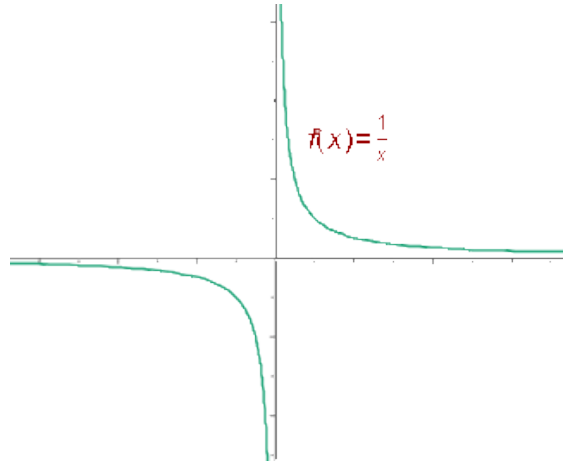
$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad D = \mathbb{R} - \{2, 3\}$$

En las funciones racionales:

Dominio	R menos los valores de x tales que Q(x)=0
Recorrido	Depende de la función
Máximos absolutos	Puede haber dependiendo de la función
Mínimos absolutos	Puede haber dependiendo de la función
Máximos relativos	Puede haber dependiendo de la función
Mínimos relativos	Puede haber dependiendo de la función
Continuidad	Presentarán discontinuidad en los valores de x tales que Q(x)=0
Crecimiento	Puede haber dependiendo de P(x)
Periodicidad	No es periódica
Simetría	Puede haber simetría respecto del eje Y o también respecto del origen
Corte con el eje X	Hay que resolver 0 = P(x) , puede ser una ecuación de primer grado (un punto de corte), de segundo (dos, uno o ningún punto de corte), o de grado n (habrá que sacar las raíces por Ruffini y puede tener múltiples puntos de corte).
Corte con el eje Y	Hay que sustituir x=0 en P(x)/Q(x) y calcular el valor de y. (0, f(0)). Puede no haber.

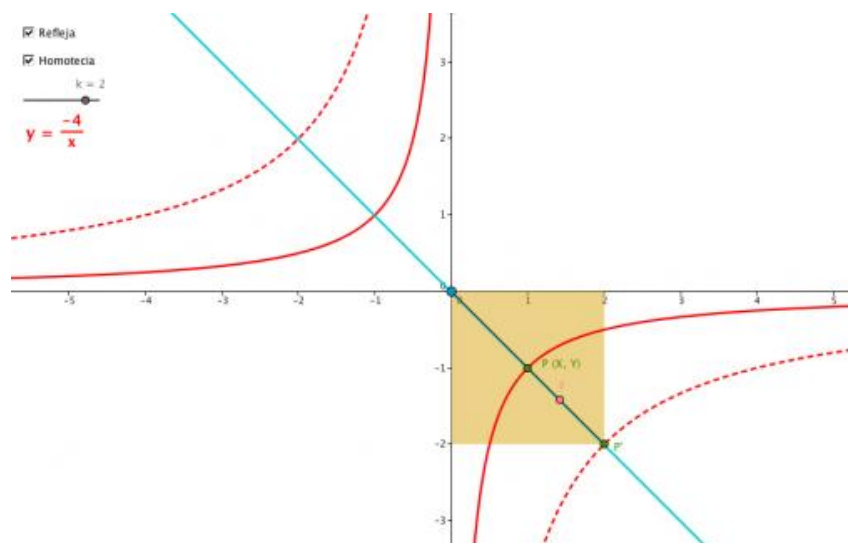
Un tipo de **función racional** es la **función de proporcionalidad inversa** de ecuación:

$f(x) = \frac{k}{x}$, donde k es un número entero, y sus gráficas son de este tipo:



Las características de la función de proporcionalidad inversa son:

- La gráfica es una hipérbola con centro en $(0,0)$.
- La gráfica es simétrica respecto del origen
- Sus asíntotas son los ejes de coordenadas.



En las funciones de proporcionalidad inversa:

Dominio	$\mathbb{R} - \{0\}$
Recorrido	$\mathbb{R} - \{0\}$
Máximos absolutos	No hay
Mínimos absolutos	No hay
Máximos relativos	No hay
Mínimos relativos	No hay
Continuidad	Continua en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ y discontinua en $\{0\}$
Crecimiento	La función decrece en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ si $k > 0$ La función crece en $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ si $k < 0$
Periodicidad	No es periódica
Simetría	Simétrica respecto del origen
Corte con el eje X	No hay
Corte con el eje Y	No hay

6. Funciones irracionales

Una función es **irracional** si la variable independiente está bajo el signo del radical. Por ejemplo $y = +\sqrt{x-2}$

Las características generales de estas funciones son:

a) Si el índice del radical es par, el dominio son los valores para los que el radicando es mayor o igual que cero.

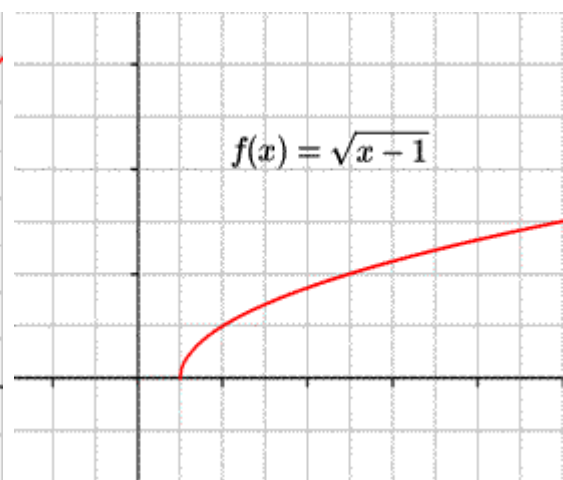
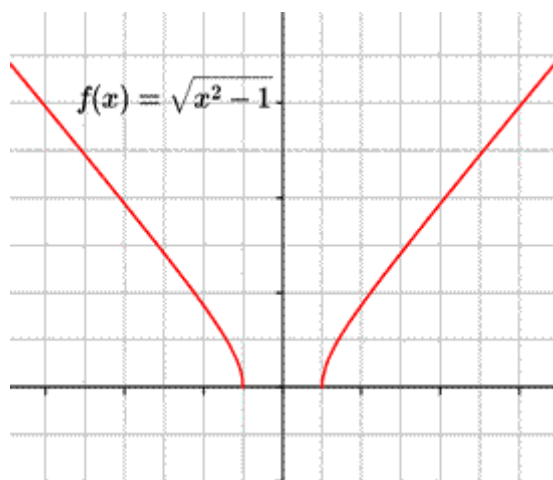
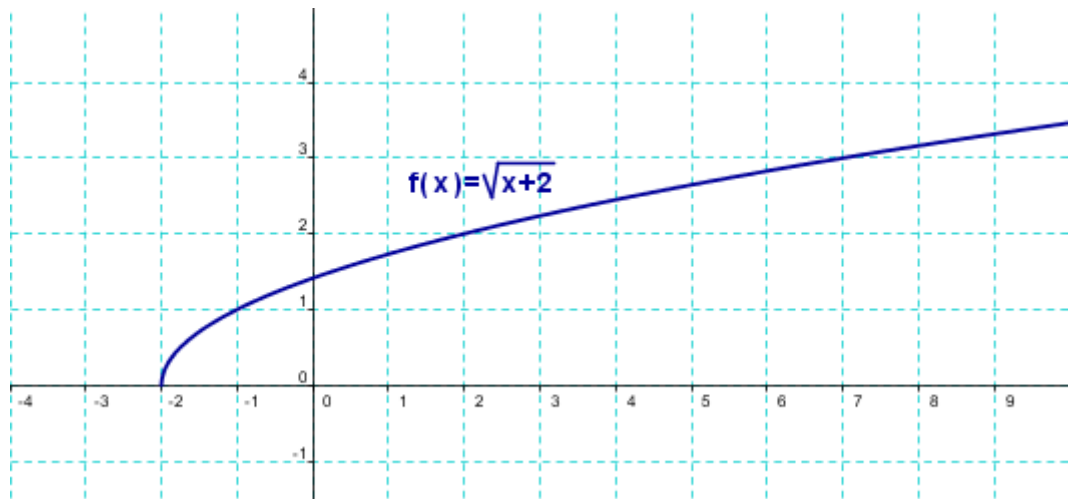
- Por ejemplo, para $y = \sqrt{x-2}$, el dominio será los números que cumplan que $x-2 \geq 0$, es decir, $x \geq 2$, por lo que el dominio es $[2, +\infty)$

b) Si el índice del radical es impar, el dominio corresponderá al dominio que tendría la función si no estuviese el radical.

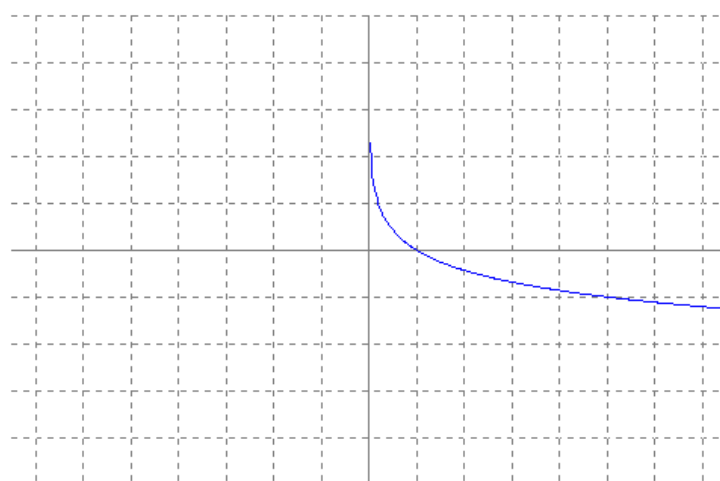
- Por ejemplo, para $y = \sqrt[3]{x-2}$, el dominio será \mathbb{R} ya que el dominio de la función $y = x-2$ es \mathbb{R} .
- Por ejemplo, para $y = \sqrt[3]{\frac{2x-1}{x-1}}$, el dominio será $\mathbb{R} - \{1\}$ ya que el dominio de la función $y = \frac{2x-1}{x-1}$ es $\mathbb{R} - \{1\}$

c) El recorrido es $[0, +\infty)$ si la función tiene un signo + antes del radical, y $(-\infty, 0]$ si tiene un signo - antes del radical.

d) Es continua en su dominio y no tiene asíntotas.



Si la raíz viene precedida de un signo – su gráfica será así:



En las funciones irracionales:

Dominio	Sí el índice es par serán los números que verifiquen que el radicando es mayor o igual a 0. Si el índice es impar será el dominio de la función sin el radical.
Recorrido	Es $[0, +\infty)$ si la función tiene un signo + antes del radical Es $(-\infty, 0]$ si tiene un signo – antes del radical
Máximos absolutos	No hay si es positiva Sí hay si es negativa
Mínimos absolutos	No hay si es negativa Sí hay si es positiva
Máximos relativos	No hay
Mínimos relativos	No hay
Continuidad	Continua en los tramos en los que existe la función
Crecimiento	Hay que estudiarla, pudiendo ser estrictamente creciente, estrictamente decreciente, tener tramos crecientes y decrecientes...
Periodicidad	No es periódica
Simetría	No es simétrica
Corte con el eje X	Cuando $y=0$
Corte con el eje Y	Cuando $x=0$ si 0 pertenece al dominio

7. Funciones exponenciales

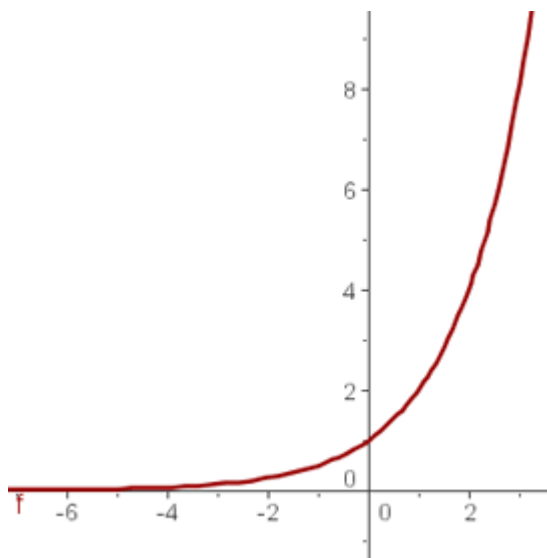
La **función exponencial** es del tipo:

$$f(x) = a^x$$

Sea a un **número real positivo distinto de uno**. La función que a cada número real x le hace corresponder la potencia a^x se llama *función exponencial de base a y exponente x* .

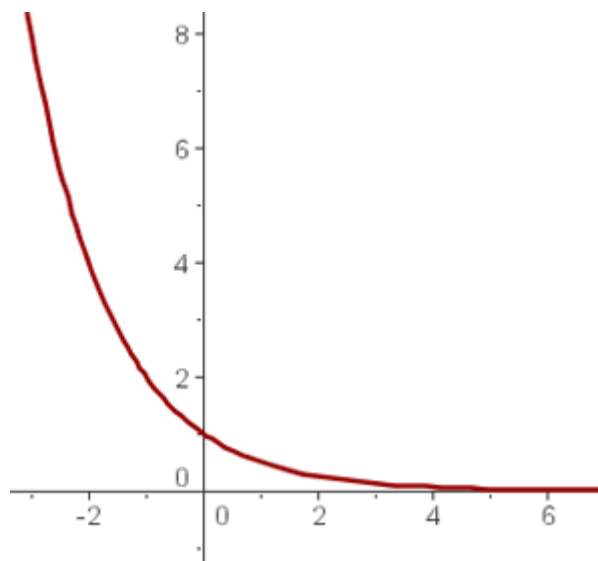
$$f(x) = 2^x$$

x	y = 2^x
-2	1/4
-1	1/2
0	1
1	2
2	4



$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

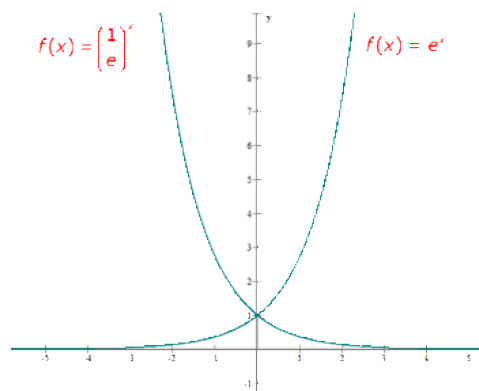
x	y = (1/2) ^x
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	½
2	¼
3	1/8



Estas funciones van a tener en el eje X una asíntota horizontal. En las funciones exponenciales:

Dominio	R
Recorrido	Es (0, +∞)
Máximos absolutos	No hay
Mínimos absolutos	No hay
Máximos relativos	No hay
Mínimos relativos	No hay
Continuidad	Continua en R
Crecimiento	Creciente si a > 1 Decreciente si a < 1
Periodicidad	No es periódica
Simetría	No es simétrica
Corte con el eje X	No corta al eje X
Corte con el eje Y	(0, 1)

Se da la circunstancia de que las curvas $y = a^x$ e $y = (1/a)^x$ son simétricas respecto del eje OY.

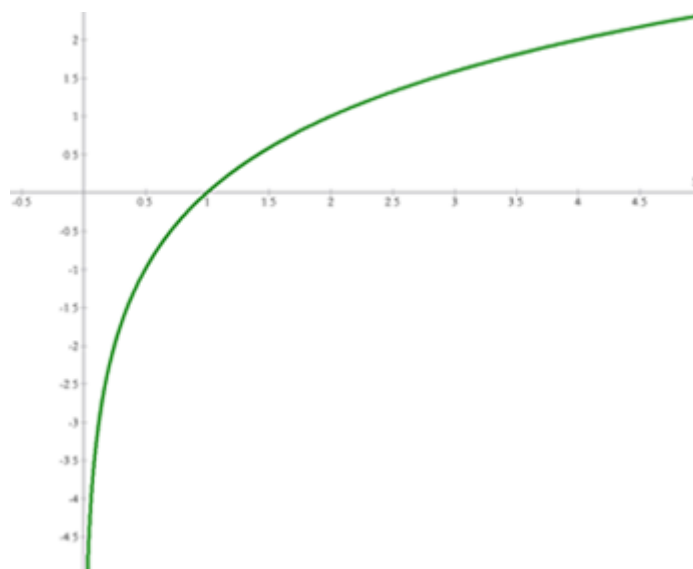


8. Funciones logarítmicas

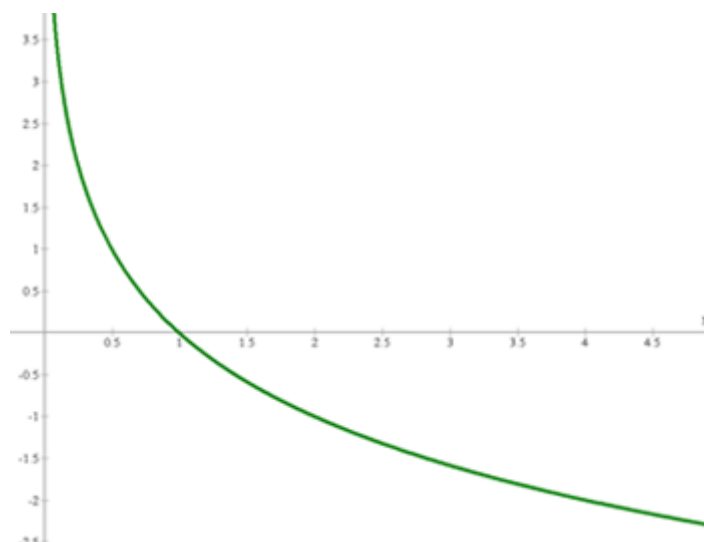
La **función logarítmica** en base a es la **función inversa de la exponencial** en base a .

$$f(x) = \log_a x \quad a > 0, a \neq 1 \quad f(x) = \log_2 x$$

x	$y = \log_2 x$
1/8	-3
1/4	-2
1/2	-1
1	0
2	1
4	2
8	3



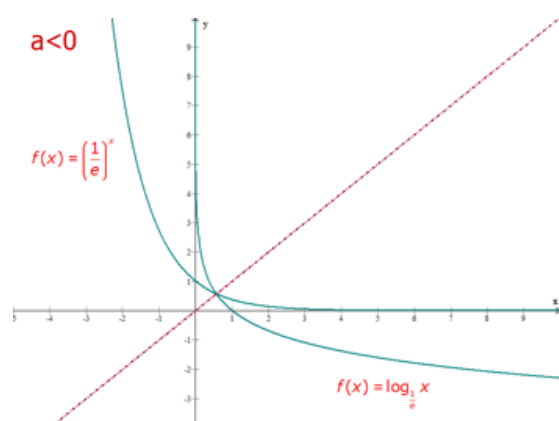
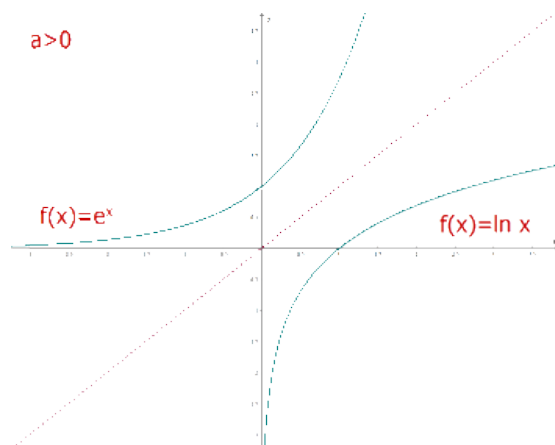
x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$
1/8	3
1/4	2
1/2	1
1	0
2	-1
4	-2
8	-3



Estas funciones van a tener en el eje Y una asíntota vertical. En las funciones exponenciales:

Dominio	Es $(0, +\infty)$
Recorrido	R
Máximos absolutos	No hay
Mínimos absolutos	No hay
Máximos relativos	No hay
Mínimos relativos	No hay
Continuidad	Continua en el dominio
Crecimiento	Creciente si $a > 1$ Decreciente si $a < 1$
Periodicidad	No es periódica
Simetría	No es simétrica
Corte con el eje X	$(1, 0)$
Corte con el eje Y	No hay

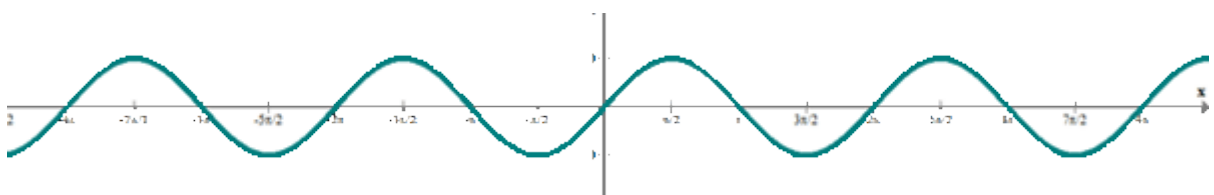
Se da la circunstancia de que la gráfica de la **función logarítmica es simétrica** (respecto a la bisectriz del 1^{er} y 3^{er} cuadrante) de la gráfica **de la función exponencial**, ya que son funciones recíprocas o inversas entre sí.



9. Funciones trigonométricas

Son las funciones que representan las fórmulas trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, cosecante, secante).

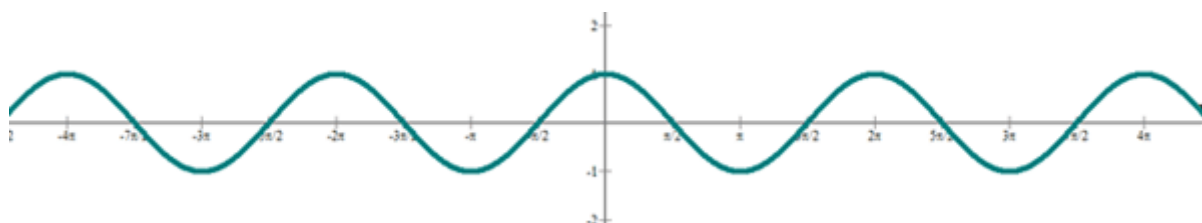
$$f(x) = \text{sen } x$$



En la función seno:

Dominio	\mathbb{R}
Recorrido	$[-1,1]$
Máximos absolutos	Hay infinitos (puntos en los que $y=1$) $(\pi/2 + 2\pi \cdot k, 1) \quad k \in \mathbb{Z}$
Mínimos absolutos	Hay infinitos (puntos en los que $y=-1$) $(3\pi/2 + 2\pi \cdot k, -1) \quad k \in \mathbb{Z}$
Máximos relativos	Hay infinitos y coinciden con los absolutos
Mínimos relativos	Hay infinitos y coinciden con los absolutos
Continuidad	Continua
Crecimiento	Creciente en: $\dots \cup (-\pi/2, \pi/2) \cup (3\pi/2, 5\pi/2) \cup \dots$ Decreciente en: $\dots \cup (\pi/2, 3\pi/2) \cup (5\pi/2, 7\pi/2) \cup \dots$
Periodicidad	Es periódica siendo el periodo 2π rad
Simetría	Simétrica respecto del origen al ser impar ya que $\sin(-x) = -\sin x$
Corte con el eje X	$x = \{0 + \pi \cdot k\}$
Corte con el eje Y	$(0,0)$

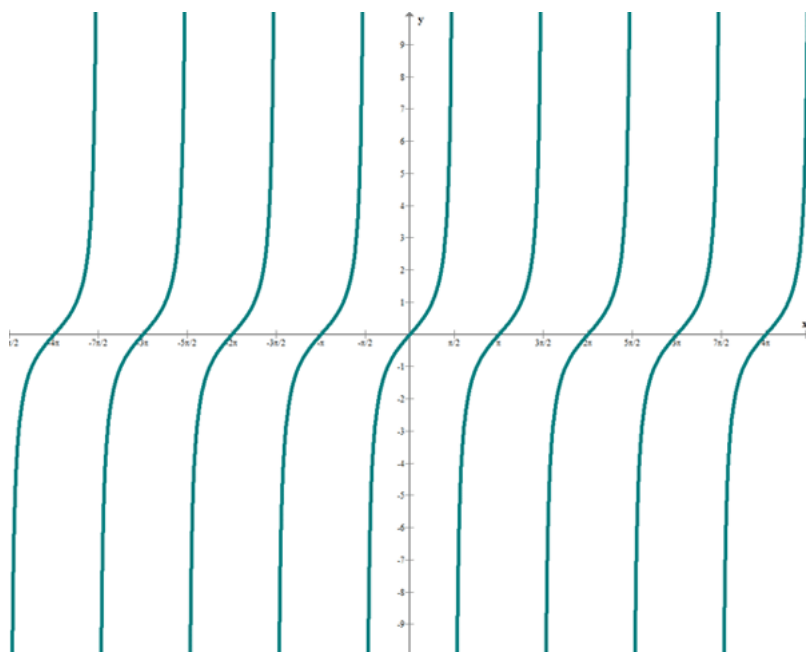
$$f(x) = \cos x$$



En la función coseno:

Dominio	\mathbb{R}
Recorrido	$[-1,1]$
Máximos absolutos	Hay infinitos (puntos en los que $y=1$) $(2\pi \cdot k, 1) \quad k \in \mathbb{Z}$
Mínimos absolutos	Hay infinitos (puntos en los que $y=-1$) $(\pi \cdot (2k+1), -1) \quad k \in \mathbb{Z}$
Máximos relativos	Hay infinitos y coinciden con los absolutos
Mínimos relativos	Hay infinitos y coinciden con los absolutos
Continuidad	Continua
Crecimiento	Creciente en: $\dots \cup (-\pi, 0) \cup (\pi, 2\pi) \cup \dots$ Decreciente en: $\dots \cup (0, \pi) \cup (2\pi, 3\pi) \cup \dots$
Periodicidad	Es periódica siendo el periodo 2π rad
Simetría	Simétrica respecto del eje Y al ser par ya que $\cos(-x) = \cos x$
Corte con el eje X	$x = \{\pi/2 + k\}$
Corte con el eje Y	$(0,1)$

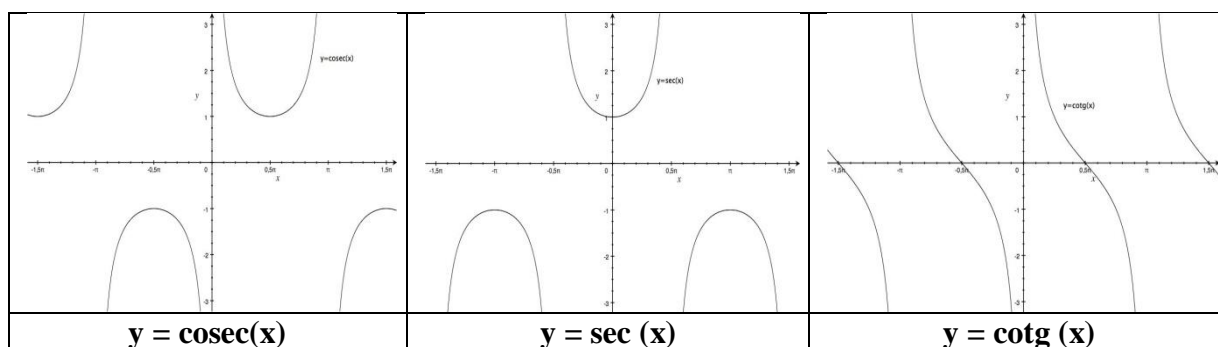
$$f(x) = \operatorname{tg} x$$



En la función tangente:

Dominio	$\mathbb{R} - \{(2k+1) \cdot \pi/2, k \in \mathbb{Z}\} = \mathbb{R} - \{\dots, -\pi/2, \pi/2, 3\pi/2, \dots\}$
Recorrido	\mathbb{R}
Máximos absolutos	No hay
Mínimos absolutos	No hay
Máximos relativos	No hay
Mínimos relativos	No hay
Continuidad	Continua en $\forall x \in \mathbb{R} - \{(\pi/2 + \pi \cdot k)\}$
Crecimiento	Creciente en todos los intervalos del dominio
Periodicidad	Es periódica siendo el periodo π rad
Simetría	Simétrica respecto del origen al ser impar ya que $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$
Corte con el eje X	$x = \{0 + \pi \cdot k\}$
Corte con el eje Y	(0,0)

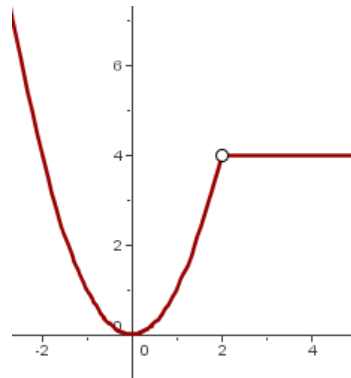
Otras funciones trigonométricas son:



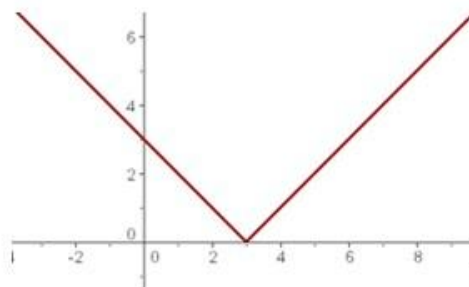
10. Funciones a trozos

Son funciones definidas por distintos criterios, según los intervalos que se consideren.

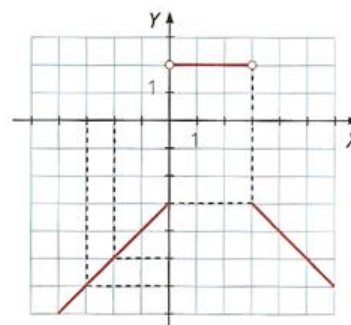
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$



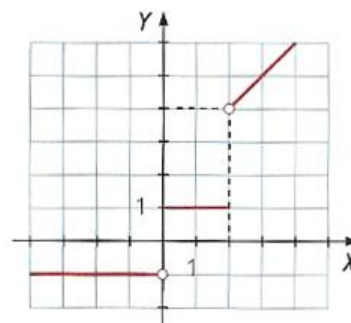
$$f(x) = \begin{cases} -(x-3) & \text{si } x < 3 \\ x-3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$



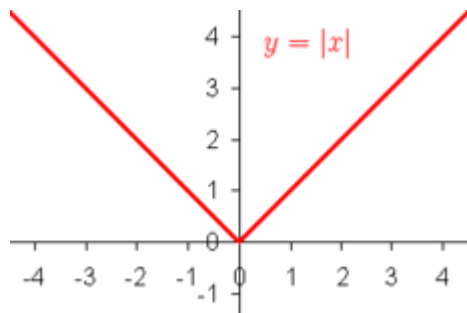
$$f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{si } -\infty < x \leq 0 \\ 2 & \text{si } 0 < x < 3 \\ -x & \text{si } 3 \leq x < +\infty \end{cases}$$



$$g(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -\infty < x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 2x & \text{si } 2 < x < +\infty \end{cases}$$



Un ejemplo puede ser la función valor absoluto.



$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

11. Interpolación

La interpolación es la obtención de nuevos puntos de una función, que en principio se desconocen, a partir de otros puntos conocidos de la función. Los nuevos puntos obtenidos están entre los puntos conocidos.

Uno de los métodos de interpolación más sencillos es el de interpolación lineal. En general, en la interpolación lineal se utilizan dos puntos, (x_0, y_0) y (x_1, y_1) , para obtener un tercer punto interpolado (x, y) a partir de la siguiente fórmula:

$$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0)$$

La interpolación lineal es rápida y sencilla, pero no muy precisa. Consiste en hallar la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos conocidos, y a partir de ahí, calcular puntos intermedios sobre esa recta.

Ejemplo: si conocemos los puntos de la función (1,3) y (4,7), ¿cuál será el valor de la función en $x=2$ según el método de interpolación lineal?

$$y - 3 = \frac{7-3}{4-1} \cdot (2 - 1) = \frac{4}{3} \rightarrow y = \frac{4}{3} + 3 = \frac{13}{3}$$

Por tanto, el punto interpolado será $(2, 13/3)$.

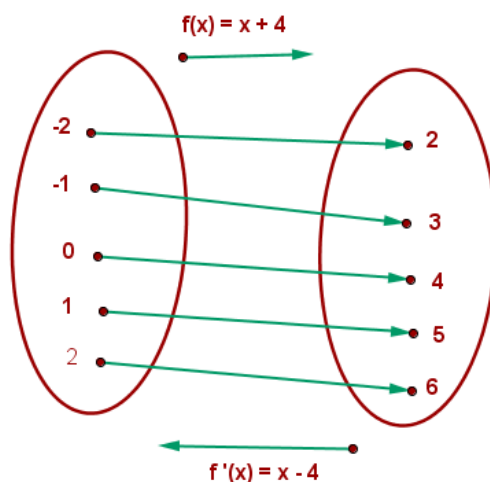
Ejemplo: En una ciudad la temperatura a las 8 de la mañana era de 14 grados, y a las 12 era de 21. ¿Qué temperatura estimada habría a las 11 de la mañana?.

$$y - 14 = \frac{21 - 14}{12 - 8} \cdot (11 - 8) = \frac{21}{4} \rightarrow y = \frac{21}{4} + 14 = \frac{77}{4} = 19'25 \text{ grados}$$

12. Función inversa

Se llama **función inversa o recíproca de f** a otra función f^{-1} que cumple que:

Si $f(x) = b$, entonces $f^{-1}(b) = a$.



La función inversa no siempre va a existir, pero si existe se cumple que:

- El dominio de f^{-1} es el recorrido de f .
- El recorrido de f^{-1} es el dominio de f .

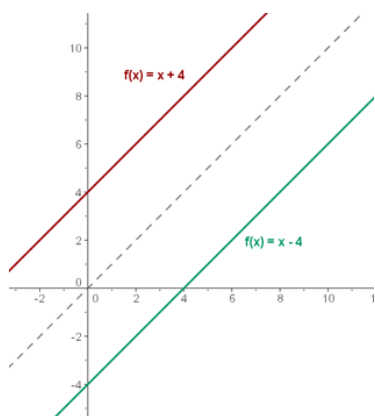
Si dos **funciones** son **inversas** su **composición** es la **función identidad**.

$$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

Para el ejemplo anterior, se cumpliría que:

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = (x-4) + 4 = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = (x+4) - 4 = x$$



Las gráficas de f y f^{-1} son simétricas respecto de la bisectriz del primer y tercer cuadrante.

Cálculo de la función inversa

- 1) Se escribe la ecuación de la función con x e y .
- 2) Se despeja la variable x en función de la variable y .
- 3) Se intercambian las variables.

Ejemplo: Calcular la función inversa de

$$f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$$

Vamos despejando x :

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x + 3}{x - 1} & y(x - 1) &= 2x + 3 \\ xy - y &= 2x + 3 & xy - 2x &= y + 3 \\ x(y - 2) &= y + 3 & x &= \frac{y + 3}{y - 2} \end{aligned}$$

Para finalizar intercambiamos las variables:

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$$

Ejemplo: Calcular la función inversa de $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt[3]{x - 1} & y^3 &= x - 1 \\ x &= y^3 + 1 & f^{-1}(x) &= x^3 + 1 \end{aligned}$$

Ejemplo: Calcular la inversa de $f(x) = x^2$

$$\begin{aligned} y &= x^2 & x &= \pm\sqrt{y} \\ f^{-1}(x) &= \pm\sqrt{x} & \text{No es una función} \end{aligned}$$

En este caso la inversa no existe porque la raíz para un valor de x , nos podría dar dos valores de y (positivo y negativo), luego no sería función.

Ejercicios –

1. Halla las funciones inversas de:

a) $y = x^2 - \frac{1}{2}$

b) $y = 1 / (2x+3)$

c) $y = \log x$

d) $y = \sqrt{x^2 + 5}$

2. Comprueba que $f(x) = 2^x$ y $g(x) = \log_2 x$ son funciones inversas

3. ¿Cuál es la función inversa de la función identidad $y = x$?

4. ¿Cuál es el vértice de la parábola $y = 3x^2 + 10x - 5$?

5. Indica sin dibujarla en cuántos puntos cortan el eje x la parábola $x^2 - x + 3$.

6. Representa las funciones:

a) $y = -2x^2$

b) $y = -2x^2 + x + 3$

c) $y = 2x^2 - 1$

7. Dada la función $f(x) = (x-2) / (x+1)$, represéntala y calcula su dominio. ¿De qué tipo es?

8. Calcula el dominio de las funciones:

a) $f(x) = x^2 / (x^2 + 2)$

b) $f(x) = 1 / [(x-1) \cdot (x-3) \cdot (x+1)]$

9. Calcula el dominio de las funciones y represéntalas:

a) $f(x) = + \sqrt{x - 5}$

b) $f(x) = - \sqrt{x - 5}$

a) $f(x) = + \sqrt{x^2 - 5}$

10. Halla los valores de la función para $x = 0, 1, 2, -1$ y -2 y represéntala gráficamente. ¿Cuál es el dominio?

a) $f(x) = 2^{x+2}$

b) $f(x) = 2^{1-x^2}$

11. El número N de bacterias en un cultivo viene dado por la función $N = 9 + 2e^t$, donde el tiempo t se expresa en horas y N en miles de bacterias. ¿Cuántas bacterias habrá al cabo de tres días? ¿Cuántas horas deben pasar para que haya más de 44000? ¿Cuántas había inicialmente?

12. Indica el dominio y la imagen de las funciones siguientes:

a) $y = \log_2 x$

b) $y = \log (x+5)$

c) $y = \log (\cos x)$

d) $y = \log (x^2-4)$

13. Representa gráficamente las funciones:

a) $y = -\sin x$

b) $y = -\cos x$

14. Representa las gráficas de las funciones siguientes en el intervalo $[-\pi, +\pi]$.

a) $f(x) = \sin |x|$

b) $f(x) = \cos |x|$

15. ¿Cuál es el dominio de la función $y = \operatorname{tg} |x|$? ¿Y de la función $y = 1 / 1 - \operatorname{tg} x$?

16. Representa las funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} 4 - x & \text{si } x < 3 \\ 2x - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{si } x < -1 \\ 5x & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

17. El número de personas que contrajeron una determinada enfermedad fueron 1240 en el año 2000 y 890 en el año 2005. ¿Cuántas personas podemos estimar que la contrajeron en 2002 y 2004 mediante interpolación lineal?

Ejercicios de las pruebas de acceso –

18. El radio se descompone de modo que la cantidad existente de una muestra después de t años viene dada por: $C(t) = C_0 \cdot e^{-0,004t}$

- a) ¿Qué cantidad de radio queda de una muestra de 20 gramos al cabo de 1500 años?
- b) ¿Cuánto radio había en una muestra si tras 500 años quedan 3 gramos?.
- c) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que de una muestra de 30 gramos queden 23 gramos?

19. En un ecosistema, el número de individuos en función del tiempo viene dado por la función $N(t) = 1000 \times 1,2^t$ donde $N(t)$ es el número de individuos y t el tiempo en meses. Calcular:

- a) El número de individuos que había inicialmente en el ecosistema
- b) Número de individuos a los 2 meses
- c) ¿Cuándo alcanzará el ecosistema 1728 individuos?
- d) Realizar la representación gráfica para los valores comprendidos entre 0 y 6 meses.

20. El crecimiento de una colonia de abejas está determinado por $P(t) = 1500 \cdot e^{2t}$, donde “ t ” es el tiempo transcurrido en meses.

- a) ¿Cuántas abejas había inicialmente?
- b) ¿Cuánto tiempo tardarán las abejas en tener una población de 8000 individuos?

21. La rentabilidad $R(x)$ (en euros) de un plan de inversión es función de la cantidad x que se invierte (en euros) según la expresión:

$$R(x) = -0.0001x^2 + 0.6x$$

- a) Averigua qué cantidad hay que invertir para obtener la rentabilidad máxima.
- b) Halla gráfica y numéricamente cuál es la rentabilidad máxima.