Bloque 1. Aritmética y Álgebra

12. Sistemas de ecuaciones

1. Sistemas de ecuaciones

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas que conforman un problema matemático consistente en encontrar los valores de las incógnitas que satisfacen dichas ecuaciones, de forma que se verifiquen simultáneamente.

Si las ecuaciones que forman un sistema son de primer grado, decimos que se trata de un **sistema de ecuaciones lineales,** mientras que si al menos una tiene grado dos, el sistema será no lineal**.** La **solución del sistema** será un conjunto de valores de las incógnitas que cumplen cada una de las ecuaciones del sistema.

Dos sistemas de ecuaciones serán **equivalentes** si tienen las mismas soluciones.

En la resolución de un sistema de ecuaciones, podremos encontrarnos varios casos:

a) Que tengan una única solución, por lo que el sistema será **compatible determinado.**
b) Que tengan infinitas soluciones, por lo que el sistema será **compatible indeterminado.**
c) Que no tengan solución, en cuyo caso el sistema será **incompatible.**

2. Resolución de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas

Para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, vamos a ver tres métodos posibles: sustitución, reducción e igualación.

a) **Sustitución**

1. Se despeja una incógnita en una de las ecuaciones
2. Se sustituye la incógnita en la otra ecuación
3. Se resuelve la ecuación obtenida
4. Se sustituye el valor hallado para la incógnita en cualquiera de las ecuaciones con el fin de hallar el valor de la otra incógnita.

Ejemplo: $\begin{cases} \mathbf{3x - 2y = 19} \\ \mathbf{4x + y = 51} \end{cases}$

De la segunda ecuación se obtiene que y = 51 – 4x, por lo que lo sustituimos en la primera y resolvemos:

3x – 2 (51 -4x) = 19 → 3x – 102 + 8x = 19 → 11x = 121 → x = 11

Ahora sustituimos la x por 11 en cualquiera de las ecuaciones para calcular el valor de y:

3·11 – 2y = 19 → 33 – 2y = 19 → -2y = -14 → y = 7

b) **Igualación**

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.
2. Se igualan las expresiones obtenidas, obteniendo así una ecuación con una sóla incógnita
3. Se resuelve la ecuación obtenida
4. Se sustituye el valor hallado para la incógnita en cualquiera de las ecuaciones con el fin de hallar el valor de la otra incógnita.

Ejemplo: $\begin{cases} \mathbf{3x - 2y = 19} \\ \mathbf{4x + y = 51} \end{cases}$

En ambas ecuaciones despejamos y:

y = (19-3x)/(-2)

y= 51 – 4x

Ahora igualamos los valores de y, resolviendo la ecuación:

(19-3x)/(-2) = 51 – 4x → 19-3x = -102 + 8x → -11x = -121 → x = 11

Ahora sustituimos la x por 11 en cualquiera de las ecuaciones para calcular el valor de y:

3·11 – 2y = 19 → 33 – 2y = 19 → -2y = -14 → y = 7

c) **Reducción**

1. Se multiplican las ecuaciones por los números adecuados para igualar los coeficientes de una de las incógnitas en ambas ecuaciones.
2. Se restan miembro a miembro las ecuaciones obtenidas para eliminar la incógnita elegida al principio, con lo que se obtiene una ecuación con una sola incógnita.
3. Se resuelve la ecuación obtenida.
4. Se sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones para hallar el valor de la otra incógnita.

Ejemplo: $\begin{cases} 3x - 2y = 19 \\ 4x + y = 51 \end{cases}$

Multiplicamos todos los términos de todos los miembros de la segunda ecuación por dos, y obtenemos:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 19 \\ 8x + 2y = 102 \end{cases}$$

Sumamos las dos ecuaciones, miembro a miembro, y obtenemos:

(3x-2y) + (8x+2y) = 19 + 102 → 3x+8x – 2y + 2y = 121 → 11x + 0 = 121 → 11x = 121 → x = 11

Ahora sustituimos la x por 11 en cualquiera de las ecuaciones para calcular el valor de y:

3·11 – 2y = 19 → 33 – 2y = 19 → -2y = -14 → y = 7

3. Resolución de sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas

Para resolver sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas, podemos emplear el **método de Gauss,** que consiste en utilizar el **método de reducción** de manera que **en cada ecuación tengamos una incógnita menos que en la ecuación precedente**.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

1º) Ponemos como **primera ecuación** la que tenga el como **coeficiente de x: 1 ó -1**, en caso de que no fuera posible lo haremos con y o z, cambiando el orden de las incógnitas.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

2º) Hacemos **reducción con la 1ª y 2ª ecuación**, para **eliminar** el término en **x de la 2ª ecuación**. Después ponemos como segunda ecuación el resultado de la operación:

$E'_2 = E_2 - 3E_1$

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ \underline{-3x - 3y + 3z = -3} \end{cases}$$
$$-y + 4z = -2$$

3º) Hacemos lo mismo con la ecuación **1ª y 3ª ecuación**, para **eliminar** el término en **x**.

$E'_3 = E_3 - 5E_1$

$$\begin{cases} 5x + 3y + 4z = 2 \\ \underline{-5x - 5y + 5z = -5} \end{cases}$$
$$-2y + 9z = -3$$

El sistema queda ahora como:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -y + 4z = -2 \\ -2y + 9z = -3 \end{cases}$$

4º) Tomamos las ecuaciones **2ª y 3ª**, trasformadas, para hacer reducción y **eliminar** el término en **y**.

$E''_3 = E'_3 - 2E'_2$

$$\begin{cases} -2y + 9z = -3 \\ \underline{2y - 8z = 4} \end{cases}$$
$$z = 1$$

5º) Obtenemos el sistema equivalente escalonado.

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ -y + 4z = -2 \\ z = 1 \end{cases}$$

6º) Encontrar las soluciones.

$z = 1$

$-y + 4 \cdot 1 = -2 \qquad y = 6$

$x + 6 - 1 = 1 \qquad x = -4$

4. Resolución de sistemas de segundo grado con dos incógnitas (no lineales)

Son sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas en la que al menos una aparece con grado dos. Se puede resolver por el método de sustitución, reducción e incluso igualación, con la diferencia de que una de las ecuaciones será de segundo grado y podremos tener más de una solución.

Ejemplo: $\begin{cases} x^2 + 4y = 24 \\ 3x + y = 14 \end{cases}$

Despejamos y en la segunda ecuación: y=14-3x

Sustituimos y por 14-3x en la primera ecuación: $x^2 + 4(14-3x) = 24 \Rightarrow x^2-12x+32=0$

Al resolver la ecuación tenemos $x_1 = 8$ **y** $x_2=4$

Y a partir de ahí, al sustituir en y=14-3x, tenemos dos soluciones:

Solución 1: x=8, y=-10, **Solución 2: 2=4, y =2**

5. Resolución de sistemas de ecuaciones fraccionarias (no lineales)

En estos sistemas, el primer objetivo es eliminar denominadores, y después aplicar un método para resolverlo (el más habitual suele ser sustitución). Es importante **COMPROBAR** las soluciones en las ecuaciones, pues en este caso podemos obtener soluciones no válidas.

Ejemplo: $\begin{cases} x + \frac{3}{y} = 7 \\ \frac{8}{x} + y = 3 \end{cases}$

En primer lugar se suprimen denominadores y nos queda $\begin{cases} xy + 3 = 7y \\ 8 + xy = 3x \end{cases}$

Si restamos ambas ecuaciones (como hacemos por reducción), nos queda -5=7y-3x, de donde podemos despejar y = (-5+3x) / 7

Sustituimos en la segunda ecuación la y, y tenemos

$$8 + x\ (-5+3x) / 7 = 3x \rightarrow 56 - 5x + 3x^2 = 21x \rightarrow + 3x^2 -26x + 56 = 0$$

Lo que nos da como soluciones $x_1= 14/3$, $y_1=9/7$ **y** $x_2=4$, $y_2=1$. **Al comprobar ambas soluciones en las ecuaciones iniciales, vemos que se cumplen las igualdades, luego ambas soluciones son válidas.**

Cuando tanto la x como la y están como denominadores, se pueden resolver haciendo cambios de variable.

Ejemplo: $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{4}{y}=13 \\ \frac{8}{x}-\frac{16}{y}=8 \end{cases}$ → $\begin{cases} \frac{1}{x}+4\,\frac{1}{y}=13 \\ 8\,\frac{1}{x}-16\frac{1}{y}=8 \end{cases}$

Cambios de variable: u=1/x, v=1/y.

$\begin{cases} u\ +4\,v=13 \\ 8\,u-16\,v=8 \end{cases}$ → **Al resolverlo da u=5 y v=2.**

Finalmente se deshacen los cambios de variable y tenemos:

x=1/u = 1/5, y=1/v = ½

6. Resolución de sistemas de ecuaciones exponenciales (no lineales)

Un sistema de ecuaciones exponenciales es aquel sistema en los que las incógnitas aparecen en los exponentes.

<u>**Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones exponenciales**</u>

1. Igualar los exponentes si los dos miembros tienen potencias con la misma base.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 3^{2x+y}=3^7 \\ 3^{x-2y}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-2y=1 \end{cases} \qquad x=3 \qquad y=1$$

2. Realizar un cambio de variable.

Ejemplo:

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ \dfrac{1}{2} \cdot 2^x + 5 \cdot 5^y = 9 \end{cases}$$

$$u = 2^x \qquad v = 5^y$$

$$\begin{cases} u + v = 9 \\ \dfrac{u}{2} + 5v = 9 \end{cases} \qquad \begin{cases} u + v = 9 \\ u + 10v = 18 \end{cases}$$

$u = 8$ $\qquad$ $v = 1$

$2^x = 8$ $\qquad$ $x = 3$

$5^y = 1$ $\qquad$ $y = 0$

3. Utilizar un método clásico (sustitución, igualación, reducción), pero despejando en lujar de x o y, una potencia con exponente x o y

Ejemplo: $\begin{cases} 2^{x-1} + 3^y = 13 \\ 2^x + 3^{y-1} = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \frac{1}{2} 2^x + 3^y = 13 \\ 2^x + \frac{1}{3} 3^y = 11 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} -2^x - 2 \cdot 3^y = -26 \\ 2^x + \frac{1}{3} 3^y = 11 \end{matrix}$

Ahora por reducción sumamos ambas ecuaciones y tenemos:

$-\frac{5}{3} 3^y = -15 \rightarrow 3^y = 9 \rightarrow 3^y = 3^2 \rightarrow$ **y = 2**

Y ahora sustituimos y=2 en cualquier ecuación para obtener x:

$2^x + 3^{y-1} = 11 \rightarrow 2^x + 3^{2-1} = 11 \rightarrow 2^x + 3 = 11 \rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow$ **x = 3**

7. Resolución de sistemas de ecuaciones logarítmicas (no lineales)

Son sistemas en los que nos van a aparecer logaritmos. Para resolver sistemas de ecuaciones logarítmicas actuaremos de modo similar a como lo hicimos con las ecuaciones logarítmicas.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log 10 \qquad \frac{x}{y} = 10 \qquad x = 10y$$

Ahora sustituimos el valor de x en la primera ecuación y resolvemos:

$$100y^2 - y^2 = 11$$

$$y^2 = \frac{11}{99} = \frac{1}{9} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{1}{3} & x = \dfrac{10}{3} \\ & y = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$$

Algunos sistemas se pueden resolver directamente por el método de reducción.

Ejemplo:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \log x + \log y = 3 \\ \underline{\log x - \log y = 1} \\ 2\log x \qquad\quad = 4 \end{array}$$

$$\log x = 2 \qquad x = 10^2 \qquad x = 100$$

$$2 + \log y = 3$$

$$\log y = 1 \qquad y = 10^1 \qquad y = 10$$

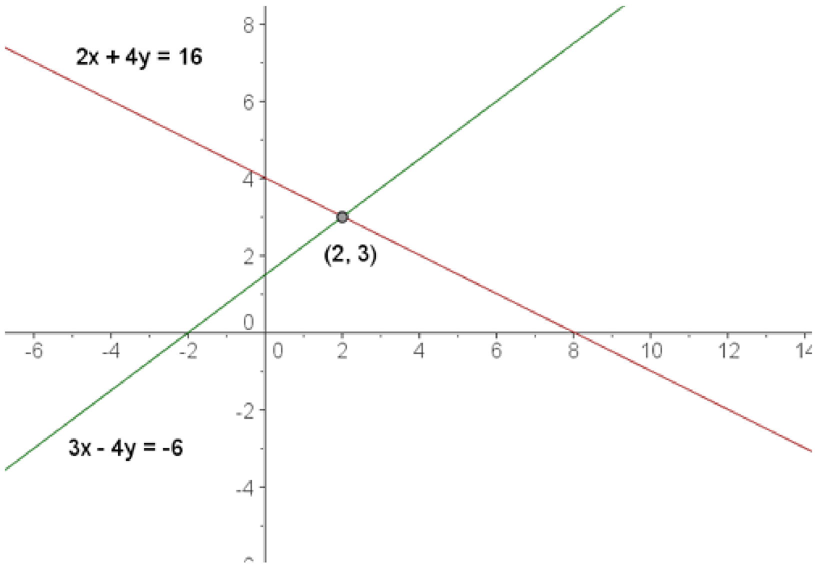
8. Clasificación de los sistemas en función de sus soluciones

<u>Sistema compatible determinado</u>: Tiene una sola solución.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

x = 2, y = 3

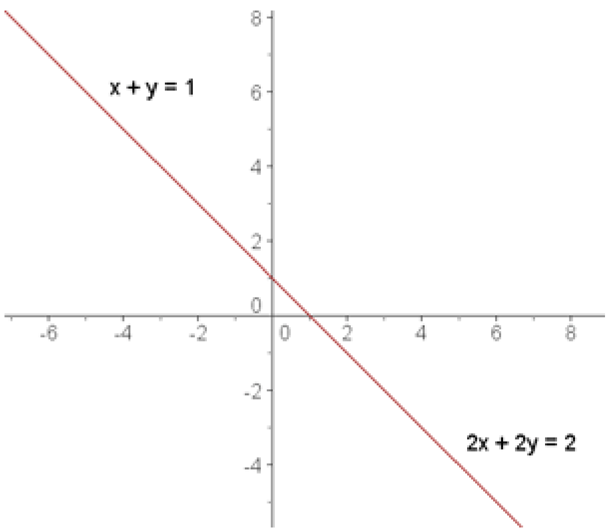
Gráficamente la solución es el punto de corte de las dos rectas.



<u>Sistema compatible indeterminado</u>: El sistema tiene infinitas soluciones.

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x - 2y = -2 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$$
$$0 = 0$$

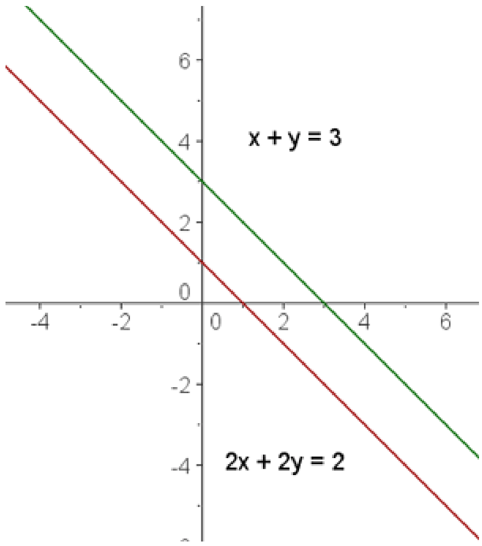
Gráficamente obtenemos dos rectas coincidentes. Cualquier punto de la recta es solución.



Sistema incompatible: No tiene solución

$$\begin{cases} x + \quad y = 3 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -2x - 2y = -6 \\ \underline{2x + \quad 2y = \quad 2} \end{cases}$$
$$0 = -4$$

Gráficamente obtenemos dos rectas paralelas.



9. Resolución de problemas de ecuaciones

Al igual que las ecuaciones, los sistemas de ecuaciones se utilizan para resolver problemas. Para ello, tras una lectura detenida del enunciado, hay que realizar el planteamiento algebráico con un sistema de ecuaciones, que dependiendo de su naturaleza deberemos resolver por alguno de los métodos estudiados en el tema.

¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que su perímetro mide 16 cm y que su base es el triple de su altura?

Planteamiento

Llamemos : $x \rightarrow$ la base del rectángulo. $y \rightarrow$ la altura del rectángulo.

Perímetro : $2x + 2y = 16$

Base triple que la áltura: $x = 3y$

Resolución del sistema formado con las dos ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + 2y = 16 \\ x = 3y \end{cases} \xrightarrow{\text{Sustituimos } x = 3y \text{ en la } 1^a} 2\,(3y) + 2y = 16 \rightarrow 6y + 2y = 16$$

$$\rightarrow \quad y = 2 \text{ cm} \qquad \rightarrow \quad x = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Área del rectángulo} = x \cdot y \quad \Rightarrow \quad A = 6 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$$

Ejercicios

1. – $\begin{cases} 2x+3y=12 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$ $sol:(3,2)$

2. – $\begin{cases} 5x-y=7 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$ $sol:(2,3)$

3. – $\begin{cases} 3x+y=5 \\ x-2y=11 \end{cases}$ $sol:(3,-4)$

4. – $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 5x-6y=3 \end{cases}$ $sol:\left(1,\frac{1}{3}\right)$

5. – $\begin{cases} \frac{x}{2}+3y=1 \\ x+2y=1 \end{cases}$ $sol:\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$

6. – $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=5 \\ \frac{3}{x}+\frac{2}{y}=12 \end{cases}$ $sol:\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

7. – $\begin{cases} \frac{5x}{2}+3y=1 \\ \frac{3x}{2}-3y=15 \end{cases}$ $sol:(4,-3)$

8. – $\begin{cases} 2(x-y)+\frac{x-y}{3}=3x-1 \\ x-y=3 \end{cases}$ $sol:\left(\frac{8}{3},\frac{-1}{3}\right)$

9. – $\begin{cases} \frac{8x-3y}{4}=-9 \\ 3y=12 \end{cases}$ $sol:(-3,4)$

10. – $\begin{cases} \frac{2x-y}{5}=x-1 \\ 3x-\frac{2x-y}{5}=5 \end{cases}$ $sol:(2,-1)$

11. – $\begin{cases} y=\frac{4x}{3}+3 \\ y=\frac{2x}{3}+\frac{7}{3} \end{cases}$ $sol:\left(-1,\frac{5}{3}\right)$

12. – $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{2y}{3}=\frac{1}{2} \\ \frac{5x}{4}+\frac{2y}{3}=\frac{3}{4} \end{cases}$ $sol:\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

13. – $\begin{cases} 4x+3(y-1)=5 \\ 3(y-1)=2x-7 \end{cases}$ $sol:(2,0)$

14. Hallar dos números cuyo cociente sea 4/5 y su producto 80. **Solución: (8, 10) y (-8, -10)**

15. Hallar dos números tales que su producto sea 245 y uno es el quíntuplo del otro.

Solución: (7, 35) y (-7, -35)

16. Hallar dos números cuya suma es 40 y su producto 256. **Solución: (8, 32)**

17. Encontrar dos números cuya suma sea 12 y la suma de sus cuadrados 104. **Solución: (2, 10)**

18. Encontrar dos números cuya diferencia es 8 y la suma de sus cuadrados 104.

Solución: (2, 10) y (-10, -2)

19. Encontrar dos números cuyo producto sea 184 y al dividirlos da 2 de cociente y 7 de resto.
Solución: (8, 23)

20. Hallar un número de dos cifras cuya suma de las mismas es 7 y el número es 2 unidades menor que el triplo del producto de sus cifras.

Solución: 34 y 16

21. Hallar dos números enteros tales que su suma sea 7 y la suma de sus cuadrados sea 25.

Solución: 3 y 4

22. Hallar un número de dos cifras sabiendo que el doble de las decenas más las unidades es 8 y el producto del número con el que resulta de invertir sus cifras es 736. **Solución: 32**

23. El perímetro de un rectángulo es 28 m y la diagonal excede en 2 m al lado mayor. Hallar el área del rectángulo.

Solución: 12 m^2

24. Resuelve

a) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x - 3y - z = 1 \\ x + 4y - 6z = -1 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ 3x + 2y - z = 4 \\ 4x + 3y - 3z = 1 \end{cases}$

25. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 l de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 l de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 l de aceite cuesta el triple que 1 l de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 l de aceite más 4 l de leche.

26. Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que:

- El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas.
- El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más del 60% de las de terror al representan la mitad del total de las películas.
- Hay 100 películas más del oeste que de infantiles.

Halla el número de películas de cada tipo.

27. Resuelve los sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x + y = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 169 \\ x + y = 17 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y^2 - 2y + 1 = x \\ \sqrt{x} + y = 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 13 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$

28. El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

29. Halla una fracción equivalente a $\frac{5}{7}$ cuyos términos elevados al cuadrado sumen 1184

30. El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

31. Resuelve los sistemas de ecuaciones fraccionarias:

a) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 13 \\ \frac{8}{x} - \frac{16}{y} = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + \frac{2}{y} = 7 \\ \frac{2}{x} + y = 7/5 \end{cases}$

32. Resuelve los sistemas de ecuaciones exponenciales:

a) $\begin{cases} 2^x + 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10 \\ 2^{x-y} = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} - 5^{y+1} = -9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$

33. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones logarítmicas:

a) $\begin{cases} 2\log x - \log y = 3 \\ \log x - \log y^2 = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \log x - \log y = 7 \\ \log x^2 + \log y^2 = 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log 2x + \log y/4 = 5 \\ \log(x + y + 100) = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2\log x + \log y = -3 \\ x \cdot y = 1 \end{cases}$

<u>Ejercicios de exámenes de la Prueba en Castilla-La Mancha</u>

34. La madre, el padre y el hijo de una familia suman 80 años de edad en la actualidad. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad de la edad que tendrá la madre, que a su vez tiene un año menos que el padre. Determine la edad actual de cada uno.

35. En unas elecciones municipales con dos candidatos se emitieron un total de 7500 votos, de los cuales fueron declarados no válidos 80 votos. El candidato ganador superó a su adversario en 220 votos. ¿Qué cantidad de votos recibió cada candidato?

36. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 162.5€ por 10 litros de leche, 7 kg de jamón serrano y 15 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 3 litros de aceite más 1 litro de leche.

37. Una persona compró cierto número de objetos por 450 euros. Con ese mismo dinero, podría haber comprado 5 objetos más, si cada uno hubiese costado 3 euros menos. ¿Cuántos objetos compró? ¿Cuánto costó cada objeto?

38. Queremos invertir 2 millones de euros en bonos, fondos y acciones. La rentabilidad media en cada caso es del 6% para los bonos, del 10% para los fondos y del 12% para las acciones. El inversor quiere que un 30% del total del capital se invierta en acciones y que la rentabilidad total sea del 9%. ¿Cuánto debemos invertir en cada producto?

39. Un grupo de alumnos ha comprado todos los ingredientes para hacer unas migas con un coste total de 60€. En el momento de empezar a hacerlas, aparecen 4 alumnos más, y esto hace que cada uno de los anteriores pague 50 céntimos menos. Hallar el número de alumnos que participó en las migas y lo que pagó cada uno.

40. Para un concierto se vendieron tres tipos de entrada: A, B y C, cuyos precios son 5, 10 y 20€ respectivamente. La recaudación ha sido de 1100 €. Sabemos que de la clase A se han vendido tantas como de la B y la C juntas y que de la B se vendieron el doble que de la C. ¿Cuántas entradas de cada tipo se han vendido?

41. En un armario hay 100 libros, entre los de matemáticas, química y biología. Se sabe que hay el doble de matemáticas que de química, y que el número de libros de biología excede en 10 a la suma de los de matemáticas y química. ¿Cuántos libros hay de cada clase?.