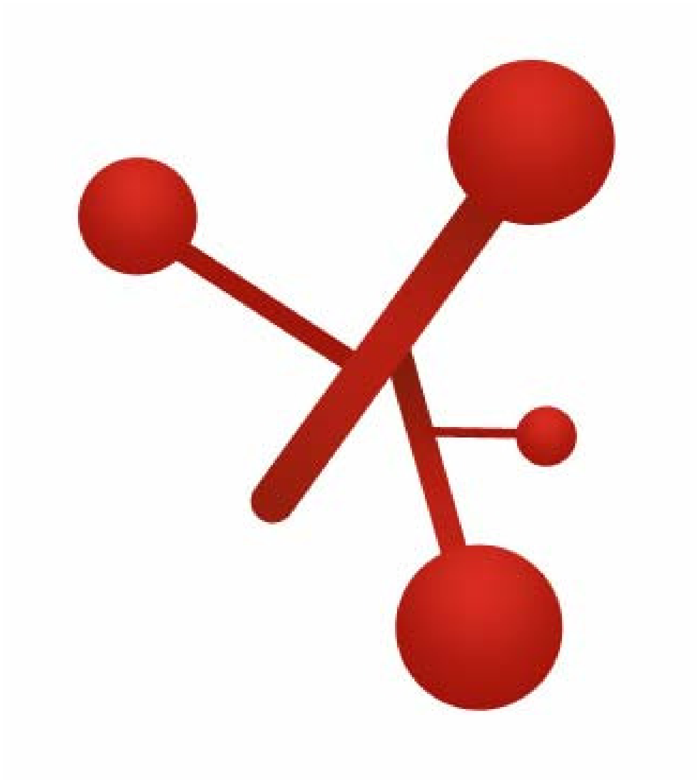


Ámbito Científico y Tecnológico

Módulo Tres. Tema 3

Resolviendo problemas

Tema 3
Resolviendo problemas

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Muchas veces en distintos momentos de nuestra vida se nos presentan problemas de distinta índole que, de una manera u otra, tenemos que resolver. Si nos ponemos a recapacitar cómo salimos del problema que tenemos, más o menos lo que hacemos es lo siguiente:

I. Nos enfrentamos al problema, lo recapacitamos,…

II. Vemos qué es lo que realmente tenemos entre manos.

III. Buscamos cómo salir de él.

IV. Llevamos a cabo todo lo que hemos pensado para quitar del medio el problema.

V. Y, por último, evaluamos si lo que hemos hecho nos saca de él.

Si esto lo pasamos a un lenguaje un poco más científico, a la hora de resolver un problema lo que hacemos es seguir los siguientes pasos:

I. Se lee el problema una primera vez sin tomar nota de nada para enterarnos, lo mejor posible, sobre qué va el problema y cuantas incógnitas hay.

II. Se comienza el **PLANTEAMIENTO** realizando una segunda lectura del problema, mediante esta lectura sacamos los datos del problema y la pregunta que nos hace. De esta forma ya tenemos estructurado el problema y detectadas las incógnitas. Seguidamente se extrae la ecuación a resolver a través del enunciado del problema.

III. Una vez terminado el planteamiento, se **RESUELVE** la ecuación (se soluciona).

IV. Resuelta la ecuación se contesta a la pregunta que nos haga el problema.

V. Para terminar, debemos comprobar que la respuesta que hemos dado es coherente respecto a la pregunta; y comprobar que la respuesta es cierta, es decir, que el problema está bien hecho.

Como podéis observar, los pasos a la hora de resolver los problemas tanto en matemáticas como en nuestro día a día son los mismos, lo único que hacemos es cambiarle un poco los nombres.

Para resolver un problema, la ciencia usa un determinado lenguaje, este es el lenguaje algebraico, es decir, ponemos lo que nos dice el problema en un lenguaje con el que podamos realizar operaciones.

2. EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Se llama **expresión algebraica** a cualquier secuencia de operaciones entre números y letras, donde las letras suelen simbolizar cantidades desconocidas. A estas cantidades desconocidas las llamaremos **variables, incógnitas o indeterminadas**.

Ejemplo: $3xy + 5ts + 8z$

Se llama **valor numérico** de una expresión algebraica al valor que se obtiene al sustituir las variables por un valor numérico determinado.

Ejemplo: Si $x = 0; y = 1; z = 2; t = 3; s = 4$, entonces:

$3xy + 5ts + 8z \rightarrow 3 \cdot 0 \cdot 1 + 5 \cdot 3 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = 0 + 60 + 16 = 76$

3. IGUALDADES Y ECUACIONES.

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que sólo es cierta para algunos valores de las incógnitas.

Por ejemplo: $2x = -5 + 3x \rightarrow$ Esta igualdad solo es cierta si $x = 5$:

$$2 \cdot 5 = -5 + 3 \cdot 5 \rightarrow 10 = -5 + 15 \rightarrow 10 = 10$$

Una **ecuación con una incógnita** es una igualdad en la que hay un número desconocido (la incógnita) que se representa por una letra.

Por ejemplo: $3x + 1 = 29 - 4x \rightarrow$ La única incógnita es la **x**

Una **solución** de la ecuación es un valor de la incógnita para el que la igualdad es cierta.

En la ecuación anterior: $3x + 1 = 29 - 4x \rightarrow$ la solución es $x=4$; lo comprobamos:

$$3 \cdot 4 + 1 = 29 - 4 \cdot 4 \rightarrow 12 + 1 = 29 - 16 \rightarrow 13 = 13$$

Resolver una ecuación es encontrar su solución (o soluciones), o llegar a la conclusión de que no tiene. De ello nos ocupamos en el punto 4 del presente tema.

El **grado** de una ecuación es el mayor exponente al que aparece elevada la incógnita.

$3x + 1 = 29 – 4x$ → Grado = 1

$x^2 – 4x + 5 = 0$ → Grado = 2

En toda ecuación se distinguen los siguientes **elementos** que la conforman:

$$\overbrace{\underbrace{3x}_{\text{TÉRMINO}} + \underbrace{1}_{\text{TÉRMINO}}}^{\text{PRIMER MIEMBRO}} = \overbrace{\underbrace{29}_{\text{TÉRMINO}} - \underbrace{4x}_{\text{TÉRMINO}}}^{\text{SEGUNDO MIEMBRO}}$$

4. RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

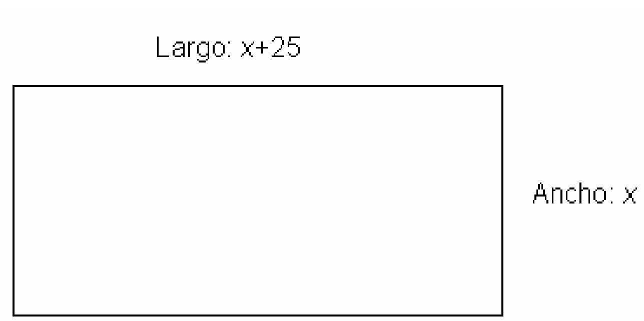
Problema:

El patio de mi colegio mide 25 metros más de largo que de ancho. Si su perímetro es 270m, ¿cuál es su longitud y su anchura?

Lo primero que tengo que hacer es leer el problema y entenderlo bien. Luego, plantearlo:

Planteamiento:

Como podemos dibujar dibujamos



Perímetro = 270 metros.

Como no conozco ni el ancho ni el largo, he llamado x al ancho (pues es el dato del que no me dicen nada), y como el problema me dice que el largo mide 25 metros más que el ancho, me queda:

Largo = $x + 25$

Por otro lado, el perímetro de un rectángulo se calcula sumando la longitud de todos sus lados, luego me queda la siguiente ecuación:

Perímetro = $x + x + 25 + x + 25$

Y, el perímetro es 270m

Por tanto la ecuación que tengo que resolver es:

$x + x + 25 + x + x + 25 = 270$

Resolver una ecuación de primer grado consiste en encontrar su solución, para lo cual lo que haremos es despejar la incógnita, o lo que es lo mismo, **dejar a un lado de la igualdad la incógnita (términos con x) y al otro lado de la igualdad los términos independientes (números sin x).**

Para realizar lo anterior tendremos en cuenta que:

1) Los términos que están sumando, pasan restando y los que están restando pasan sumando.

2) Lo que está multiplicando pasa dividiendo y lo que está dividiendo pasa multiplicando

Solución:

Copio la ecuación que me ha quedado:

$x + x + 25 + x + x + 25 = 270$

Dejo los términos con x en el 1er miembro y paso los números al 2º, es decir, pasamos restando a la derecha del igual los dos veinticinco:

$x + x + x + x = 270 – 25 – 25$

Ahora operamos correctamente a ambos lados del igual:

$4x = 220$

Despejo la x, para lo cual lo que está multiplicando (el 4) pasa dividiendo y hago las cuentas: $x = \frac{220}{4}$ → x = 55

Por lo que la solución de la ecuación de primer grado es: x = 55

Ya estoy en condiciones de responder a la pregunta del problema:

El ancho del patio de mi colegio es de 55 metros y el largo es de 80 metros (55+25).

Compruebo que es cierto: 25 + 80 + 25 + 80 = 270 → Por lo tanto el problema está bien resuelto.

A continuación se exponen varios ejemplos de ecuaciones de primer grado resueltas cuyo nivel de dificultad podríamos considerar bajo o inicial:

x - 2 = 10 x = 10 + 2 x = 12	**x - 7 = -13** x = -13 + 7 x = -6	**x + 8 = 9** x = 9 – 8 x = 1	**x + 10 = 1** x = 1 – 10 x = -9
14 + x – 10 = 2 x = 2 – 14 +10 x = -2	**2 – x = 11** - x = 11 – 2 - x = 9 x = -9	**-3 + 8 – x = 4** -x = 4 + 3 – 8 -x = -1 x = 1	**12 – 4 + x = 8** x = 8 – 12 + 4 x = 0

- EJERCICIOS: 1

A continuación se exponen varios ejemplos más de ecuaciones de primer grado resueltas cuyo nivel de dificultad podríamos considerar bajo o inicial:

-2x = 8 $x = \frac{8}{-2}$ x = -4	$\frac{x}{3} = 5$ x = 5·3 x = 15	**3x = 4** $x = \frac{4}{3}$	$\frac{x}{-4} = 10$ x = 10 · (-4) x = -40

x + 4 = 16 – 2x	**- 9 + x = -x + 7**	**-x – 13 = x + 5**	**5x + 4 = 8x - 1**
x + 2x = 16 – 4 3x = 12 $x = \frac{12}{3}$ x = 4	x + x = 7 + 9 2x = 16 $x = \frac{16}{2}$ x = 8	-x – x = 5 + 13 -2x = 18 $x = \frac{18}{-2}$ x = -9	5x – 8x = -1- 4 -3x = -5 $x = \frac{-5}{-3}$ $x = \frac{5}{3}$

- EJERCICIOS: 2

Hay dos casos especiales de ecuaciones, que son ecuaciones con paréntesis y ecuaciones con denominadores. Comenzamos con el primero de los casos:

1) Ecuaciones con paréntesis. En este caso se comienza eliminando los paréntesis y se continúa como habitualmente.

Ejemplo:

3 · (x – 2) + 2 = 4 · (x + 3)

3 · x = 3x
3 · (-2) = -6
4 · x = 4x
4 · 3 = 12

3x – 6 + 2 = 4x + 12

3x – 4x = 12 + 6 – 2

-x = 16 → x = -16

A continuación se exponen varios ejemplos más de ecuaciones de primer grado con paréntesis resueltas:

3 + 4(5 + x) = 3x – 1	**3 – x = -3(x + 5)**	**2x – 1 = 3(x + 2) – x**
3 + 20 + 4x = 3x – 1 4x – 3x = -1 – 3 – 20 **x = -24**	3 – x = -3x – 15 -x + 3x = -15 – 3 2x = -18 $x = \frac{-18}{2}$ **x = -9**	2x – 1 = 3x + 6 – x 2x – 3x + x = 6 + 1 0x = 7 → $x = \frac{7}{0}$ **Error matemático. La ecuación no tiene solución**

7 - (3 - 2x) = 4x + 4 7 - 3 + 2x = 4x + 4 2x – 4x = 4 – 7 + 3 -2x = 0 $x = \frac{0}{-2}$ $x = 0$	**-5x -7 = 8 + (-x + 3)** -5x – 7 = 8 – x + 3 -5x + x = 8 + 3 +7 -4x = 18 $x = \frac{18}{-4}$ $x = \frac{-9}{2}$	**-2(6x – 1) = -3(-7x + 2)** -12x + 2 = 21x - 6 -12x – 21x = -6 – 2 -33x = -8 $x = \frac{-8}{-33}$ $x = \frac{8}{33}$

- EJERCICIOS: 3

2) Ecuaciones con denominadores. En este caso, para suprimir los denominadores de una ecuación, se multiplican los dos miembros de la ecuación por algún múltiplo de todos los denominadores, que de este modo serán cancelados. Es preferible usar el mínimo común múltiplo, para que los coeficientes se mantengan pequeños.

A continuación se exponen varios ejemplos de ecuaciones con denominadores resueltas:

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$ $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5}{1}$ $m.c.m.(2,3) = 6$ $\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{30}{6}$ $3x + 2x = 30$ $5x = 30$ $x = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$	$\frac{6x}{4} + 7 = \frac{8x}{6} + 8$ $\frac{6x}{4} + \frac{7}{1} = \frac{8x}{6} + \frac{8}{1}$ $m.c.m.(4,6) = 12$ $\frac{18x}{12} + \frac{84}{12} = \frac{16x}{12} + \frac{96}{12}$ $18x + 84 = 16x + 96$ $18x - 16x = 96 - 84$ $2x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{2} \rightarrow x = 6$

$\frac{5x-5}{10}+\frac{10x+20}{30}=6$ $\frac{5x-5}{10}+\frac{10x+20}{30}=\frac{6}{1}$ $m.c.m(10,30)=30$ $\frac{3\cdot(5x-5)}{30}+\frac{1\cdot(10x+20)}{30}=\frac{180}{30}$ $3\cdot(5x-5)+1\cdot(10x+20)=180$ $15x-15+10x+20=180$ $15x+10x=180+15-20$ $25x=175\rightarrow x=\frac{175}{25}\rightarrow x=7$	$\frac{4x-4}{8}-\frac{3x+6}{9}=\frac{-1}{2}$ $m.c.m.(8,9,2)=72$ $\frac{9\cdot(4x-4)}{72}-\frac{8\cdot(3x+6)}{72}=\frac{-36}{72}$ $9\cdot(4x-4)-8\cdot(3x+6)=-36$ $36x-36-24x-48=-36$ $36x-24x=-36+36+48$ $12x=48\rightarrow x=\frac{48}{12}\rightarrow x=4$

- EJERCICIOS: 4, 5, 6.

5. SISTEMAS DE ECUACIONES

5.1. ¿Qué es un sistema de ecuaciones con dos incógnitas?

Frecuentemente, aparecen en los problemas dos cantidades desconocidas sin relación aparente, es decir dos incógnitas. En estos casos, el enunciado del problema se traduce en dos ecuaciones.

Las dos ecuaciones juntas forman un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas**. Por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 23 \\ 2x - 4y = 8 \end{cases}$$

La **solución** de un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es el conjunto de pares de números para los cuales las dos igualdades se cumplen simultáneamente. En el ejemplo anterior, las soluciones serían: → $x = 6$; $y = 1$

Y lo comprobamos en ambas ecuaciones:

$3x + 5y = 23$	$2x - 4y = 8$
$3 \cdot 6 + 5 \cdot 1 = 23$	$2 \cdot 6 - 4 \cdot 1 = 8$
$18 + 5 = 23$	$12 - 4 = 8$
$23 = 23$	$8 = 8$

Resolver un sistema de ecuaciones con dos incógnitas es encontrar el conjunto de soluciones del sistema. De ello nos ocupamos en el punto 5.2 del presente tema.

A la hora de encontrarnos con un sistema de ecuaciones pueden pasar tres cosas:

- Que el sistema sea incompatible; es decir, que no tenga solución (p.ej: $0x = 8$).

- Que el sistema sea compatible indeterminado; es decir, que tenga infinitas soluciones. (p.ej: $0x = 0$).

- Que el sistema sea compatible determinado; es decir, que tenga una única solución.

5.2. Métodos de resolución de un sistema de ecuaciones

Problema:

Se compran 22 animales entre gallinas y conejos. ¿Cuántos animales se han comprado de cada clase si en total se han pagado 90 € y el precio de una gallina es 3€ y el de un conejo, 5€?

Lo primero que tengo que hacer una vez leído y entendido el problema es plantearlo.

Planteamiento:

Total número de animales: 22

Número de gallinas, como no lo conozco, lo llamo: x

Número de conejos, como no lo conozco tampoco, lo llamo: y

Total a pagar: 90 €.

Precio de una gallina: 3 €

Precio de un conejo: 5€

Ya tengo todos los datos que me dan en el problema, veamos como saco las ecuaciones que tengo que resolver:

Lo primero que me dice el problema es que hay 22 animales entre gallinas y conejos, esto no es ni más ni menos que decir: el número de gallinas más el número de conejos es 22. Si escribimos lo que está en negrita en lenguaje algebraico quedaría:

x + y = 22

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Por otro lado me dicen que pagamos 90€ al final, costando cada gallina 3€ y cada conejo 5€; luego lo que pagaré será el número de gallinas que compre por su precio (3€) más el número de conejos que compre por su precio (5€), haciendo un total de 90€. Si escribimos esto en lenguaje algebraico tenemos:

3•x + 5•y = 90

Ya que x es el número de gallinas e y es el número de conejos.

Si juntamos las dos ecuaciones que hemos obtenido tendremos nuestro sistema de ecuaciones planteado:

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ 3x + 5y = 90 \end{cases}$$

Una vez planteado el problema, lo que tenemos que hacer es resolver el sistema que hemos obtenido.

A la hora de resolver un sistema de ecuaciones lo podemos hacer usando tres métodos distintos y con cualquiera de ellos la solución siempre será la misma. Veamos como funciona cada método para conseguir la solución del problema anterior.

5.2.1. Método de sustitución

Este método consiste en:

a. Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones, preferiblemente aquella cuyo coeficiente sea 1 (y positiva).

b. Sustituir la incógnita despejada por su valor en la otra ecuación.

c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.

d. Sustituir la solución de la ecuación con una incógnita en la ecuación obtenida en el paso a.

Tomamos como ejemplo el sistema que teníamos en el planteamiento anterior:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 22} \\ \mathbf{3x + 5y = 90} \end{cases}$$

Paso a. Despejo la x de la primera ecuación

$x = 22 - y$

Paso b. Sustituyo el valor de la x en la segunda ecuación

$3 \cdot (22 - y) + 5 \cdot y = 90$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$3 \cdot 22 - 3 \cdot y + 5 \cdot y = 90 \rightarrow 66 - 3y + 5y = 90 \rightarrow -3y + 5y = 90 - 66 \rightarrow$

$2y = 24 \rightarrow y = \frac{24}{2} \rightarrow y = 12$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la ecuación que tengo despejada:

$x = 22 - y \rightarrow x = 22 - 12 \rightarrow x = 10$

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Una vez resuelto el sistema, contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€. Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€. Sumando los dos pago en total 90€.

Y si compro 10 gallinas y 12 conejos, en total he comprado 22 animales.

Luego el problema esta bien resuelto.

En las páginas siguientes se exponen dos ejemplos resueltos más del método de sustitución:

• EJEMPLO POR SUSTITUCIÓN 1:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$$

1) DESPEJAMOS LA INCÓGNITA CUYO COEFICIENTE SEA 1 Ó -1:

$x = -7 + 4y$

2) SUSTITUIMOS EL VALOR DE LA INCÓGNITA DESPEJADA EN LA OTRA ECUACIÓN:

$2(-7 + 4y) + 3y = 8$

3) RESOLVEMOS LA ECUACIÓN RESULTANTE:

$$-14 + 8y + 3y = 8$$
$$8y + 3y = 8 + 14$$
$$11y = 22$$
$$y = \frac{22}{11}$$
$$\mathbf{y = 2}$$

4) UTILIZAMOS EL VALOR DE LA INCÓGNITA HALLADA PARA CALCULAR EL VALOR DE LA OTRA INCÓGNITA:

$x = -7 + 4y$
$x = -7 + 4 \cdot 2$
$x = -7 + 8$
$x = 1$

SOLUCIÓN: $x = 1$
$y = 2$

• EJEMPLO POR SUSTITUCIÓN 2:

$$\begin{cases} 5x - y = -15 \\ 7x + 9y = -21 \end{cases}$$

1) DESPEJAMOS LA INCÓGNITA CUYO COEFICIENTE SEA 1 Ó -1:

$-y = -15 - 5x \rightarrow y = 15 + 5x$

2) SUSTITUIMOS EL VALOR DE LA INCÓGNITA DESPEJADA EN LA OTRA ECUACIÓN:

$7x + 9(15 + 5x) = -21$

3) RESOLVEMOS LA ECUACIÓN RESULTANTE:

$$7x + 135 + 45x = -21$$
$$7x + 45x = -21 - 135$$
$$52x = -156$$
$$x = \frac{-156}{52}$$
$$\mathbf{x = -3}$$

4) UTILIZAMOS EL VALOR DE LA INCÓGNITA HALLADA PARA CALCULAR EL VALOR DE LA OTRA INCÓGNITA:

$y = 15 + 5x$
$y = 15 + 5 \cdot (-3)$
$y = 15 - 15$
$y = 0$

SOLUCIÓN: $x = -3$
$y = 0$

- EJERCICIOS: 7.

5.2.2. Método de igualación

Este método consiste en:

a. Despejar la misma incógnita en las dos ecuaciones del sistema.

b. Igualar los resultados obtenidos.

c. Resolver la ecuación con una incógnita que se ha obtenido.

d. Sustituir la solución de la ecuación del apartado c. en cualquiera de las ecuaciones que se han obtenido en el apartado a.

Tomamos como ejemplo el sistema que teníamos en el planteamiento del problema anterior:

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 22} \\ \mathbf{3x + 5y = 90} \end{cases}$$

Paso a. Despejo la x de las dos ecuaciones

x = 22 – y

3•x = 90 – 5•y → $x = \frac{90-5y}{3}$

Paso b. Igualo el valor de la x de las dos ecuaciones

$$22 - y = \frac{90-5y}{3}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$\frac{3(22-y)}{3} = \frac{90-5y}{3} \rightarrow 66 - 3y = 90 - 5y \rightarrow -3y + 5y = 90 - 66 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y = 24 \rightarrow y = \frac{24}{2} \rightarrow y = 12$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en la primera ecuación que tengo despejada:

x = 22 – y

x = 22 – 12 → x = 10

Por tanto la solución es:

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Una vez resuelto el sistema, contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€. Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€. Sumando los dos pago en total 90€.

Y si compro 10 gallinas y 12 conejos, en total he comprado 22 animales.

Luego el problema esta bien resuelto.

A continuación se expone otro ejemplo resuelto mediante el método de igualación:

$$\begin{cases} \mathbf{3x + 5y = 4} \\ \mathbf{2x + 3y = 3} \end{cases}$$

Paso a. Despejo la x de las dos ecuaciones:

$$3x = 4 - 5y \rightarrow x = \frac{4-5y}{3}$$

$$2x = 3 - 3y \rightarrow x = \frac{3-3y}{2}$$

Paso b. Igualo el valor de la x de las dos ecuaciones

$$\frac{4-5y}{3}=\frac{3-3y}{2}$$

Paso c. Resuelvo la ecuación de primer grado que he planteado

$$\frac{2\cdot(4-5y)}{6}=\frac{3\cdot(3-3y)}{6}\rightarrow 8-10y=9-9y\rightarrow -10y+9y=9-8\rightarrow$$
$$-y=1\rightarrow y=-1$$

Paso d. Sustituyo el valor de la variable que he resuelto en cualquiera de las ecuaciones despejadas. En este caso hemos elegido la primera ecuación:

$$x=\frac{4-5y}{3}$$
$$x=\frac{4-5\cdot(-1)}{3}\rightarrow x=\frac{4+5}{3}\rightarrow x=\frac{9}{3}\rightarrow x=3$$

Por tanto la solución es:

x = 3

y = –1

- EJERCICIOS: 8.

5.2.3. Método de reducción

Este método consiste en hacer desaparecer una de las incógnitas, para ello se realizan los siguientes pasos, suponiendo que deseamos hacer desaparecer la incógnita x.

a. Multiplicamos cada una de las ecuaciones por el coeficiente de la incógnita x de la ecuación contraria (si los dos coeficientes de la "x" tienen el mismo signo, al multiplicar le cambiaremos el signo a uno de los dos coeficientes). Se tienen que multiplicar ambos miembros de las ecuaciones, así como cada uno de los términos de cada miembro.

b. Se suman miembro a miembro y término a término las dos ecuaciones obtenidas tras el apartado “a”, debiendo desaparecer la incógnita x.

c. Una vez desaparecida la incógnita x se resuelve la ecuación de una incógnita obtenida (que será la incógnita “y”).

d. Para terminar, sustituir en cualquiera de las ecuaciones iniciales el valor de la incógnita “y” obtenido en el apartado “c”, resolviendo finalmente la ecuación con una incógnita (que será la incógnita x) obtenida tras esta sustitución.

Tomamos como ejemplo el sistema que teníamos en el planteamiento del problema anterior:

$$\begin{cases} x + y = 22 & \rightarrow \text{El coeficiente de la “x” es 1} \\ 3x + 5y = 90 & \rightarrow \text{El coeficiente de la “x” es 3} \end{cases}$$

Paso a: Multiplicamos la primera ecuación por 3 y la segunda por -1 (le cambiamos el signo por ejemplo al 1 ya que los coeficientes de la x son ambos del mismo signo)

3 • (x + y) = 3 • 22 → 3x + 3y = 66

-1 • (3x + 5y) = -1 • 90 → -3x – 5y = -90

Paso b. (Sumo las dos ecuaciones)

$$\begin{array}{c} \begin{cases} 3x + 3y = 66 \\ -3x - 5y = -90 \end{cases} \\ \hline -2y = -24 \end{array}$$

Paso c. (Resuelvo la ecuación obtenida)

$$y = \frac{-24}{-2} \rightarrow y = 12$$

Paso d. (Sustituyo en cualquiera de las dos ecuaciones iniciales y resuelvo la ecuación obtenida)

$x + y = 22$

$x + 12 = 22 \rightarrow x = 22 - 12 \rightarrow x = 10$

Por tanto la solución es:

$x = 10$

$y = 12$

Una vez resuelto el sistema, contesto a la pregunta que me hacía el problema:

Se han comprado diez gallinas y doce conejos.

Para terminar compruebo que las soluciones satisfacen las condiciones del problema:

Si compro 10 gallinas a 3€, pago 30€. Si compro 12 conejos a 5€, pago 60€. Sumando los dos pago en total 90€.

Y si compro 10 gallinas y 12 conejos, en total he comprado 22 animales.

Luego el problema esta bien resuelto.

En las páginas siguientes se exponen cuatro ejemplos más resueltos mediante el método de reducción:

• EJEMPLO POR REDUCCIÓN 1:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \xrightarrow{\cdot\, 5} 10x + 15y = 65 \\ 5x - 4y = -2 \xrightarrow{\cdot\, (-2)} -10x + 8y = 4 \end{cases} \quad +$$

$$/ \quad 23y = 69 \rightarrow y = \frac{69}{23} \rightarrow \mathbf{y = 3}$$

$2x + 3 \cdot 3 = 13$

$2x + 9 = 13$

$2x = 13 - 9$

$$2x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{2} \rightarrow \mathbf{x = 2}$$

SOLUCIÓN: x = 2; y = 3

• EJEMPLO POR REDUCCIÓN 2:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \xrightarrow{\cdot\, 4} 8x + 12y = 52 \\ 5x - 4y = -2 \xrightarrow{\cdot\, 3} 15x - 12y = -6 \end{cases} \quad +$$

$$23x \quad / \quad = 46 \rightarrow x = \frac{46}{23} \rightarrow \mathbf{x = 2}$$

$2 \cdot 2 + 3y = 13$

$4 + 3y = 13$

$3y = 13 - 4$

$$3y = 9 \rightarrow y = \frac{9}{3} \rightarrow \mathbf{y = 3}$$

SOLUCIÓN: x = 2; y = 3

• EJEMPLO POR REDUCCIÓN 3:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -7 \xrightarrow{\cdot 1} 2x + 3y = -7 \\ x + 6y = -26 \xrightarrow{\cdot (-2)} -2x - 12y = 52 \end{cases} \quad +$$

$$\cancel{} \quad -9y = 45 \rightarrow y = \frac{45}{-9} \rightarrow \mathbf{y = -5}$$

x + 6·(-5) = -26
x – 30 = -26
x = -26 + 30
x = 4

SOLUCIÓN: x = 4; y = -5

• EJEMPLO POR REDUCCIÓN 4:

$$\begin{cases} 7x + 8y = 34 \xrightarrow{\cdot 1} 7x + 8y = 34 \\ 9x - 8y = 62 \xrightarrow{\cdot 1} 9x - 8y = 62 \end{cases} \quad +$$

$$16x \quad \cancel{} = 96 \rightarrow x = \frac{96}{16} \rightarrow x = \mathbf{6}$$

7·6 + 8y = 34
42 + 8y = 34
8y = 34 – 42

$8y = -8 \rightarrow y = \frac{-8}{8} \rightarrow$ **y = -1**

SOLUCIÓN: x = 6; y = -1

- EJERCICIOS: 9, 10, 11 y 12.

6. RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

- Toda ecuación de segundo grado tiene la siguiente forma general: $\boxed{ax^2+bx+c=0}$
Donde a, b y c son números enteros.

- Ejemplos: $3x^2 - 14x + 8 = 0$ $\quad 4x^2 + 11x - 3 = 0$ $\quad x^2 - 13x + 42 = 0$

- Para resolverlas utilizaremos la siguiente fórmula: $\boxed{x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}}$

ACTIVIDAD DE EJEMPLO - CASO 1: Resuelve la siguiente ecuación: $x^2+2x-3=0$

- Si comparamos la ecuación dada con la forma general: $\boxed{ax^2+bx+c=0}$
- Obtenemos lo siguiente valores: a = 1; b = 2; c = -3
- Ahora ya podemos resolver la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot 1\cdot(-3)}}{2\cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} =$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

ACTIVIDAD DE EJEMPLO - CASO 2: Resuelve la siguiente ecuación: $2x^2-8x=0$

- Si comparamos la ecuación dada con la forma general: $\boxed{ax^2+bx+c=0}$
- Obtenemos lo siguiente valores: a = 2; b = -8; ***c = 0***
- Ahora ya podemos resolver la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4\cdot 2\cdot 0}}{2\cdot 2} = \frac{8 \pm \sqrt{64+0}}{4} =$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{64}}{4} = \frac{8 \pm 8}{4} =$$

$$x_1 = \frac{8+8}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = \frac{8-8}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

<u>ACTIVIDAD DE EJEMPLO - CASO 3:</u> Resuelve la siguiente ecuación: $4x^2 - 16 = 0$

- Si comparamos la ecuación dada con la forma general: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$
- Obtenemos lo siguiente valores: a = 4; ***b = 0***; c = -16
- Ahora ya podemos resolver la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-16)}}{2 \cdot 4} = \frac{0 \pm \sqrt{256}}{8} =$$

$$= \frac{\pm 16}{8} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{+16}{8} = 2 \\ x_2 = \dfrac{-16}{8} = -2 \end{cases}$$

<u>ACTIVIDAD DE EJEMPLO - CASO 4:</u> Resuelve la ecuación: $-x^2 + 2x - 6 = 0$

- Si comparamos la ecuación dada con la forma general: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$
- Obtenemos lo siguiente valores: a = -1; b = 2; c = -6
- Ahora ya podemos resolver la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6)}}{2 \cdot (-1)} =$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 24}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-20}}{-2}$$

ESTA ECUACIÓN NO TIENE SOLUCIÓN, PUES NO EXISTE LA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO NEGATIVO.

ACTIVIDAD DE EJEMPLO - CASO 5: Resuelve la ecuación: $x^2 + 4x + 4 = 0$

- Si comparamos la ecuación dada con la forma general: $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$
- Obtenemos lo siguiente valores: a = 1; b = 4; c = 4
- Ahora ya podemos resolver la ecuación:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} =$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

ESTA ECUACIÓN TIENE SOLO UNA SOLUCIÓN: **x = -2**

- EJERCICIOS: 13.

7. IDENTIDADES Y PRODUCTOS NOTABLES

Una identidad es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que es cierta para cualquier valor de las letras que intervienen.

Las identidades sirven para transformar expresiones algebraicas en otras más cómodas de manejar, como en el caso de los productos notables:

7.1. Productos notables:

- Cuadrado de una suma: $\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2}$

Ejemplo: $(x+2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

Si realizamos los cálculos sin utilizar el producto notable vemos como el resultado es el mismo, aunque es desaconsejable pues se realizan más operaciones:

$$(x+2)^2 = (x+2) \cdot (x+2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$$

- Cuadrado de una diferencia: $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2}$

Ejemplo: $(3x-1)^2 = (3x)^2 - 2\cdot 3x\cdot 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1$

Si realizamos los cálculos sin utilizar el producto notable vemos como el resultado es el mismo, aunque es desaconsejable pues se realizan más operaciones:

$$(3x-1)^2 = (3x-1)\cdot(3x-1) = 9x^2 - 3x - 3x + 1 = 9x^2 - 6x + 1$$

- Suma por diferencia: $\boxed{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$

Ejemplo: $(x+4)\cdot(x-4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$

Si realizamos los cálculos sin utilizar el producto notable vemos como el resultado es el mismo, aunque es desaconsejable pues se realizan más operaciones:

$$(x+4)\cdot(x-4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 - 16$$

A continuación se exponen más ejemplos de la aplicación de los productos notables explicados:

$(4x+3)^2 \rightarrow \boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2} \rightarrow (4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

$(x-6)^2 \rightarrow \boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2} \rightarrow (x-6)^2 = x^2 - 12x + 36$

$(2x+5)\cdot(2x-5) \rightarrow \boxed{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2} \rightarrow (2x+5)\cdot(2x-5) = 4x^2 - 25$

- EJERCICIOS: 14.

8. EJERCICIOS

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $x - 7 = 1$

b) $x - 12 = 26$

c) $x + 8 = 12$

d) $x + 15 = 48$

e) $2 - 3 + x = 7$

f) $x + 1 - 12 = 9 - 3$

g) $-x + 11 - 4 = 15 + 8$

h) $20 - x - 10 = -1 - 14$

i) $24 - 20 - x = -13 + 15$

j) $16 - 18 = -x + 12$

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $7x = -63$

b) $2x - 3 = 11$

c) $4x - 8 = 2x - 9$

d) $-5x + 10 = 6 - x$

e) $9 - 7x = 4x + 1$

f) $-13 - 5x = 9x - 13$

g) $2x + x - 1 + 3 = 3x - x + 7 - 3$

h) $10x - 17 = -6x + 6$

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis:

a) $3(6 + x) = 2(x - 6)$

b) $9(x + 1) = 6(x + 3)$

c) $12 - (x - 3) = 6$

d) $16(x - 2) = 24(x - 3)$

e) $3(x + 1) - 5 = 2x + 1$

f) $2(x - 7) = -4(x - 1)$

g) $2x - 1 = 3(x + 2) - 2x$

h) $2(x - 7) - 3(x + 2) + 4(x + 1) - 2 = 0$

i) $7x - (-2x + 1) = 9 + (3 - 3x)$

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{3}{2} - 5x = \frac{13}{2}$	**b)** $\frac{x}{5} - \frac{x}{8} = \frac{3}{4}$	**c)** $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = \frac{11}{6}$
d) $2 + \frac{2x}{3} - \frac{x}{2} = \frac{7}{6}$	**e)** $\frac{x}{2} + 3 = \frac{x}{4} + 4$	**f)** $\frac{x-7}{4} + \frac{x-1}{3} = x - 5$
g) $\frac{x-1}{5} - \frac{1-x}{6} = \frac{x-1}{4}$	**h)** $\frac{x+6}{10} - \frac{x+2}{3} = -1$	**i)** $\frac{3x+3}{4} = \frac{4x-2}{5}$
j) $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$	**k)** $\frac{x-1}{4} - \frac{x-5}{36} = \frac{x+5}{9}$	

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones (NOTA: cuando en una ecuación hay paréntesis y denominadores, PRIMERO se resuelven los paréntesis).

a) $\frac{3x}{2} = \frac{x+1}{3} + 4$

b) $7(13 - 2x) = x + 4(12 + 3x)$

c) $5(2x + 3) = 4(2 - 3x) + 2(2 + 3x)$

d) $\frac{3x - 5}{2} = \frac{3(3x - 1)}{5}$

6.- Resuelve los siguientes problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) El doble de un número más 5 unidades es igual al triple de dicho número. ¿Cuál es el número?

b) El cuádruplo de un número menos su doble es igual a doce. ¿Cuál es ese número?

c) Halla el número cuya mitad, más su cuarta parte, más una unidad, sea igual a dicho número.

d) Hallar un número cuyo tercio, cuarto y quinto suman 47.

e) La suma de tres números naturales consecutivos es 84. Halla dichos números.

f) Hallar tres números pares consecutivos cuya suma sea 78.

g) La valla que rodea un campo rectangular mide 3200 metros. ¿Cuáles son las dimensiones del campo si su largo es triple que su ancho?

h) Se quieren repartir 99 plátanos entre tres monos de modo que el primero reciba 14 plátanos más que el segundo, y el tercero, 16 menos que el primero. ¿Cuántos recibirá cada uno?

i) En la repoblación de un río mueren la tercera parte de los alevines arrojados al agua. ¿Cuántos alevines se soltaron, si quedan vivos 2748?

j) Una señora sale a comprar con 40€ y vuelve a casa con 10€. Sabiendo que en la carnicería gastó el doble que en la pescadería y en la frutería gastó 5€ menos que en la carnicería. ¿Cuánto gastó en cada tienda?

k) Josefa tiene 7 años menos que su prima Begoña y dentro de 15 años la suma de sus edades será 53 años. ¿Qué edad tiene cada una?

l) El padre de Antonio tiene 38 años y él 6. ¿Dentro de cuántos años la edad de su padre será doble de la de Antonio?

m) Antonio tiene 5 años, su hermano Roberto 19 y su padre 41. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) $\begin{cases} x + 5y = 35 \\ 3x + 7y = 57 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x + 6y = 50 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 9x + y = 8 \\ -8x + 7y = -15 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x + 3y = -12 \\ -x + 10y = -40 \end{cases}$ e) $\begin{cases} -10x - 4y = 44 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -7x - y = 28 \\ -6x - y = 25 \end{cases}$

8.- Resuelve los sistemas de ecuaciones del ejercicio 7 por el método de igualación.

9.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a) $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ 3x + 7y = 12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -7x + 6y = 35 \\ 2x - 5y = -10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -9x + 3y = 21 \\ -8x + 7y = 62 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 8 \\ -4x + 8y = -40 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 7x - 2y = 60 \\ 6x - 9y = 15 \end{cases}$ f) $\begin{cases} -10x - 4y = -72 \\ -6x - 2y = -40 \end{cases}$

10.- Resuelve los siguientes sistemas usando los tres métodos:

a. $\begin{cases} 3x - 2y = 3 \\ x - 3y = -6 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 5x - y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x - 3y = 2 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$

11.- Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras:

a. $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x+2y=9 \\ 3x-y=20 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ 4x-y=3 \end{cases}$

12.- Resuelve los siguientes problemas de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

a) Una envasadora de agua vende botellas de 2 y 5 litros. Si ha envasado 5392 litros en 1844 botellas. ¿Cuántas botellas de 2 y 5 litros ha usado?

b) En una feria de ganado hemos comprado 3 potros y 5 corderos por 1375 €, mientras que un vecino ha adquirido 1 potro y 8 corderos por 680 €. ¿Cuál era el precio de cada animal?

c) Un fabricante de televisores obtiene un beneficio de 44 euros por cada televisor que vende y sufre una pérdida de 51 euros por cada televisor defectuoso que debe retirar del mercado. Un día ha fabricado 458 televisores obteniendo unos beneficios de 6092 euros. ¿Cuántos televisores buenos y defectuosos ha fabricado ese día?

d) Un comerciante ha vendido 18 artículos de clase A y 13 artículos de clase B por 114€. ¿Cuál es el precio de cada artículo, sabiendo que un artículo de clase B cuesta 3 veces más que un artículo de clase A?

e) En mi clase de 35 alumnos nos han regalado por buen comportamiento 2 bolígrafos a cada chica y un cuaderno a cada chico. Si en total han sido 55 regalos, ¿Cuántos chicos y chicas hay en mi clase?

f) En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase si una mosca tiene 6 patas y una araña tiene 8 patas?

g) Pablo y Alicia llevan entre los dos 160€. Si Alicia le da 10€ a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

h) La suma de dos números es 12 y el resultado de su división es 3. Halla estos números.

i) Un número excede en 12 unidades a otro. Si restamos 4 unidades a cada uno de ellos, el primero es el doble del segundo. Halla los dos números.

j) La edad de un padre es doble que la de su hijo. Hace diez años la edad del padre era triple que la del hijo. ¿Cuáles son las edades actuales del padre y del hijo?

k) Halla las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendría la edad del menor.

13.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $2x^2 - 5x + 3 = 0$

b) $3x^2 - 14x + 8 = 0$

c) $5x^2 - 11x + 2 = 0$

d) $x^2 - 10x + 24 = 0$

e) $9x^2 - 36 = 0$

f) $49x^2 - 196 = 0$

g) $35x^2 + 9x - 2 = 0$

h) $x^2 - 2x - 8 = 0$

i) $4\ x^2 + 11x - 3 = 0$

j) $4x^2 - 13x + 3 = 0$

k) $2x^2 - 11x + 5 = 0$

l) $x^2 - 13x + 42 = 0$

m) $6x^2 + 3x = 0$

n) $8x^2 + 9x = 0$

o) $12x^2 - 3x = 0$

p) $4x^2 + 2 = 0$

q) $8x^2 + 6 = 0$

r) $4x^2 + 8 = 0$

s) $4x^2 - 16 = 0$

t) $8x^2 - 72 = 0$

u) $x^2 - 7x - 18 = 0$

v) $x^2 + 2x - 15 = 0$

w) $2x^2 + 11x + 5 = 0$

x) $-x^2 + 4 = 0$

y) $-2x^2 - 5x = 0$

z) $-2x^2 = 0$

14.- Desarrolla las siguientes expresiones algebraicas utilizando las identidades o productos notables explicados:

a) $(x+3)^2$ b) $(x-3)^2$ c) $(2x+1)^2$ d) $(x+3).(x-3)$

e) $(x-7)^2$ f) $(3x-3)^2$ g) $(x+5).(x-5)$ h) $(2x+3).(2x-3)$

9. SOLUCIONARIO

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) x=8 b) x=38 c) x=4 d) x=33 e) x=8 f) x=17 g) x = -16 h) x=25 i) x=2 j) x = 14

2.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) x = -9 b) x = 7 c) x = -1/2 d) x=1 e) x = 8/11 f) x=0 g) x=2 h) x = 23/16

3.- Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado con paréntesis:

a) x = -30 b) x = 3 c) x = 9 d) x = 5 e) x = 3 f) x = 3 g) x = 7 h) x = 6 i) x = 13/12

4.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) x=-1 b) x=10 c) x=5 d) x=-5 e) x=4 f) x=7 g) x=1 h) x=4 i) x=23 j) x=7 k)x=6

5.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) x = 26/7 b) x = 43/27 c) x = -3/16 d) x = -19/3

6.- Resuelve los siguientes problemas de ecuaciones de primer grado con una incógnita:

a) 5 b) 6 c) 4 d) 60

e) 27, 28 y 29 f) 24, 26 y 28 g) 400 y 1200m

h) El primero recibe 43 plátanos, el segundo 29 y el tercero 27.

i) Se soltaron 4122 alevines.

j) 14€ en la carnicería, 7€ en la pescadería y 9€ en la frutería.

k) Begoña 15 y Josefa 8 años.

l) Dentro de 26 años. m) Han de transcurrir 17 años.

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución:

a) x = 5; y = 6 b) x = 2; y = 7 c) x = 1; y = -1
d) x = 0; y = -4 e) x = -8; y = 9 f) x = -3; y = -7

8.- Resuelve los sistemas de ecuaciones del ejercicio 7 por el método de igualación.

9.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de reducción:

a) x = -3; y = 3 b) x = -5; y = 0 c) x = 1; y = 10
d) x = -2; y = -6 e) x = 10; y = 5 f) x = 4; y = 8

10.- Resuelve los siguientes sistemas usando los tres métodos:

a) x = 3; y = 3 b) x = 2; y = 1 c) x = 4; y = 2

11.- Resuelve los siguientes sistemas por el método que prefieras:

a) x = 4; y = 2 b) x = 7; y = 1 c) x = 1; y = 1

12.- Resuelve los siguientes problemas de sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas:

a) 1276 botellas de 2litros y 568 botellas de 5litros.

b) El potro cuesta 400€ y el cordero 35€.

c) Se han fabricado 310 TV buenos y 148 TV defectuosos.

d) El artículo A cuesta 2€ y el B 6€.

e) 15 chicos y 20 chicas.

f) 30 moscas y 12 arañas.

g) Pablo lleva 70€ y Alicia 90€.

h) Los números son el 9 y el 3.

i) Los números son el 28 y el 16.

j) El padre tiene 40 años y el hijo 20 años.

k) El hermano mayor tiene 8 años y el hermano menor tiene 2 años.

13.- Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x_1 = 3/2 \quad x_2 = 1$	b) $x_1 = 4 \quad x_2 = 2/3$
c) $x_1 = 2 \quad x_2 = 1/5$	d) $x_1 = 6 \quad x_2 = 4$
e) $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$	f) $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$
g) $x_1 = 1/7 \quad x_2 = -2/5$	h) $x_1 = 4 \quad x_2 = -2$
i) $x_1 = 1/4 \quad x_2 = -3$	j) $x_1 = 3 \quad x_2 = 1/4$
k) $x_1 = 5 \quad x_2 = 1/2$	l) $x_1 = 7 \quad x_2 = 6$
m) $x_1 = 0 \quad x_2 = -1/2$	n) $x_1 = 0 \quad x_2 = -9/8$
o) $x_1 = 1/4 \quad x_2 = 0$	p) NO EXISTE SOLUCIÓN
q) NO EXISTE SOLUCIÓN	r) NO EXISTE SOLUCIÓN
s) $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$	t) $x_1 = 3 \quad x_2 = -3$
u) $x_1 = 9 \quad x_2 = -2$	v) $x_1 = 3 \quad x_2 = -5$
w) $x_1 = -1/2 \quad x_2 = -5$	x) $x_1 = 2 \quad x_2 = -2$
y) $x_1 = 0 \quad x_2 = -5/2$	z) $x_1 = 0 \quad x_2 = 0$

14.- Desarrolla las siguientes expresiones algebraicas utilizando las identidades o productos notables explicados:

a) $x^2 + 6x + 9$	b) $x^2 – 6x + 9$	c) $4x^2 + 4x + 1$	d) $x^2 – 9$
e) $x^2 – 14x + 49$	f) $9x^2 – 18x + 9$	g) $x^2 – 25$	h) $4x^2 – 9$