Bloque 1. Aritmética y Álgebra

Los números naturales

Los números naturales

Los números naturales se definen como:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\ldots., 64, 65, 66, \ldots\ldots., 1639, 1640, 1641, 1642, \ldots\ldots.\}$$

El sistema de numeración que utilizamos actualmente es el sistema de numeración decimal, y se llama así porque utiliza 10 símbolos que son 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Cuando tenemos diez unidades, las agrupamos formando un grupo superior llamado **decena**.

Cuanto tenemos diez decenas, formamos un nuevo grupo llamado **centena** que, por lo tanto, equivale a cien unidades.

Y así sucesivamente, cada diez unidades de un orden forman una unidad del orden inmediato superior. En el siguiente cuadro figuran las clases, órdenes y unidades:

BILLONES			MILES DE MILLONES			MILLONES			MILLARES			UNIDADES			CLASE
15º	14º	13º	12º	11º	10º	9º	8º	7º	6º	5º	4º	3º	2º	1º	ORDEN
CENTENA BILLÓN	DECENA BILLÓN	UNIDAD BILLON	CENTENA MILLAR MILLÓN	DECENA MILLAR MILLÓN	UNIDAD MILLAR MILLÓN	CENTENA MILLÓN	DECENA MILLÓN	UNIDAD MILLÓN	CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD	

El número 4.368 está formado por 4 unidades de millar, 3 centenas, 6 decenas y ocho unidades. Lo podemos observar mejor si los colocamos en la tabla:

MILLARES			UNIDADES		
6º	5º	4º	3º	2º	1º
CENTENA MILLAR	DECENA MILLAR	UNIDAD MILLAR	CENTENA	DECENA	UNIDAD
		4	3	6	8

Para leer un número se separan en grupos de tres cifras y se van leyendo por clases.

Comparación de números naturales

Si dos números tienen el mismo número de cifras, habrá que ir comparando éstas de izquierda a derecha. El que tiene mayor la primera cifra de la izquierda es el mayor. En caso de que sean iguales, se compara la segunda y así sucesivamente.

En primer lugar, si un número tiene más cifras que otro, éste será mayor, además, para expresar matemáticamente que un número es mayor que otro, se emplea el símbolo >. Y la punta de la flecha señala siempre al número menor y la abertura del símbolo señala al número mayor.

Existen otros símbolos de comparación como los de la siguiente tabla:

Símbolo	**Significado**	**Ejemplo**
>	mayor que	52 > 43
<	menor que	125 < 456
≥ o >=	mayor o igual	12 ≥ 12 12 ≥ 5
≤ o <=	menor o igual	35 ≤ 35 34 ≤ 670
≠	distinto	1 ≠ 2

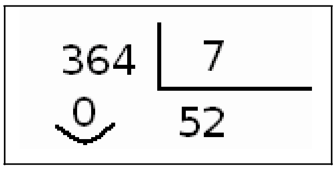
Múltiplos de un número natural

Los **múltiplos** de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales salvo el 0. Puesto que hay infinitos números naturales un número tiene infinitos múltiplos.

Por ejemplo: los múltiplos del número 3 son 3, 6, 9, 12,…

Para saber si un número es múltiplo de otro simplemente debes hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el resto de la división es cero.

Ejemplo: El número 364 es múltiplo de 7 porque 364 = 52 x 7



Ejemplo: Vamos a obtener cinco múltiplos de 8.

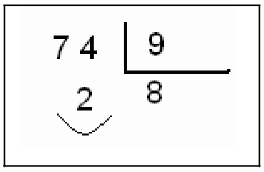
8 . 1 = **8**   8 . 2 = **16**   8 . 3 = **24**   8 . 4 = **32**   8 . 5 = **40**

Divisores de un número natural

Los **divisores** de un número natural son aquellos números que se pueden dividir entre él siendo el resto cero. **Ejemplo**: “el número 7 es divisor de 364”; también se dice que ”el número 364 es divisible entre 7” ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0.

Para saber si un número es divisor de otro solo tienes que hacer la división y comprobar si el resto es cero.

Ejemplo: El número 9 no es divisor de 74, o el número 74 no es divisible por 9, ya que el resto de la división no es 0.

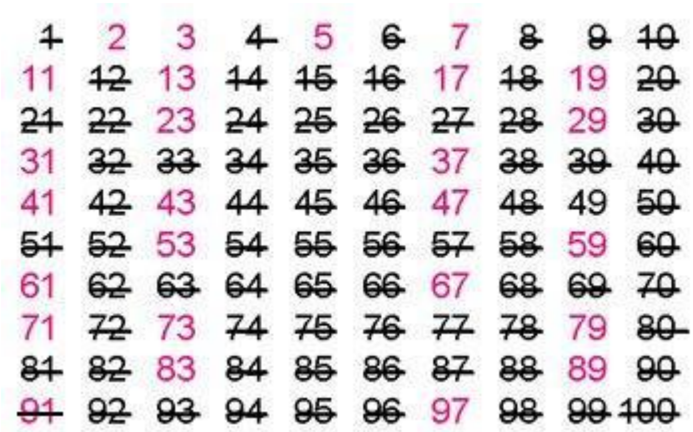


Un número tiene infinitos múltiplos pero solo unos cuantos divisores.

Números primos y números compuestos

Los **números primos** son todos los números naturales, mayores que 1, que son divisibles únicamente por sí mismos y por la unidad. Cuando un número no es primo se dice que es **compuesto**.

Para obtener los números primos menores que 100, se puede seguir el proceso de la criba de Eratóstenes. En concreto, como se ve en la siguiente imagen, los primos menores que 100 son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 91 y 97.



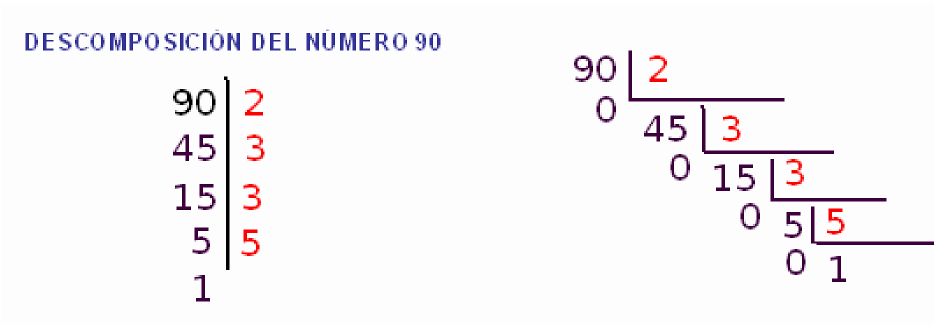
Descomposición de un número en factores primos

Cualquier número se puede **descomponer de forma única** en productos de potencias de factores primos. El orden de los factores primos puede variar al hacer la descomposición, pero al final conseguiremos descomponerlo.

Para hacer la descomposición usamos un esquema muy sencillo que conocerás a través del siguiente ejemplo: Vamos a descomponer el número 90:

Aplicando las reglas de divisibilidad observamos que el 90 es divisible entre 2, entre 3 y entre 5.

Vamos dividiendo el 90 entre sus divisores comenzando por el más pequeño (aunque podríamos empezar por el que quisiéramos) y reflejamos los resultados en el siguiente esquema:



$90 = 2 \times 3^2 \times 5$

Máximo común divisor de un conjunto de números

El **máximo común divisor** de un conjunto de números es el divisor común mayor.

Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo:

Los divisores del 24 son: 24, 12, 8, **6**, 4, **3**, **2** y **1**

Los divisores del 90 son: 90, 45, 30, 18, 15, 10, 9, **6**, 5, **3**, **2** y **1**

Los números señalados en rojo son divisores comunes a 24 y 90 y el mayor de esos divisores es el 6. Luego **6** es el **máximo común divisor**.

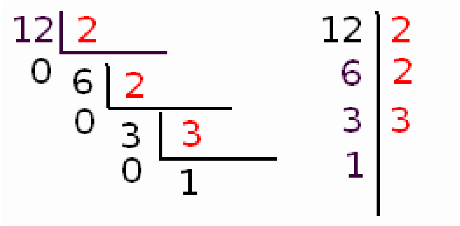
Dos números se dice que son primos entre sí cuando su único divisor común es el 1 y, por tanto, su máximo común divisor es el 1. Ejemplo: 20 y 21 son primos entre sí porque sólo tienen el 1 como único divisor común.

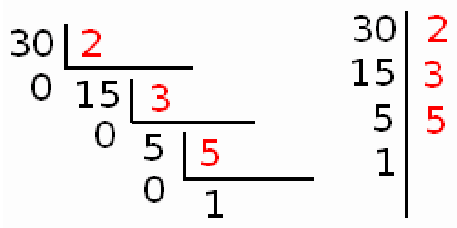
Método general para calcular el M.C.D. de un conjunto de números

Observa el siguiente ejemplo:

Calculemos el máximo común divisor de 12 y de 30:

1º. Descomponemos los números en producto de factores primos:





12=$2^2 \cdot 3$

30= $2 \cdot 3 \cdot 5$

2º. El máximo común divisor es el **producto de los factores comunes con el menor exponente**:

M.C.D.= **2** · **3** = **6**

Mínimo común múltiplo de un conjunto de números

El **mínimo común múltiplo** de un conjunto de números es el múltiplo común más pequeño.

Este es un concepto que vas a comprender muy bien con el siguiente ejemplo:

Los múltiplos del 6 son: 6; **12**; 18; **24**; 30; **36**; 42; 48;...

Los múltiplos del 4 son: 4, 8; **12**; 16; 20; **24**; 28; 32; **36**;…

Los números marcados en azul son múltiplos comunes a ambos y el ***mínimo común múltiplo*** **(m.c.m.)** es el más pequeño de los comunes; es decir el **12**

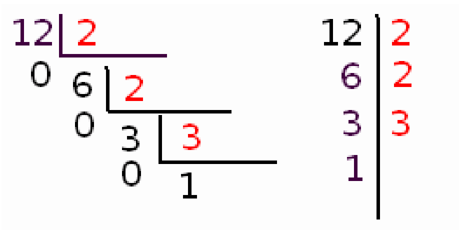
Pero el método que hemos seguido no es el más adecuado para hacer el cálculo del mínimo común múltiplo ya que solo es útil cuando se trata de números muy sencillos.

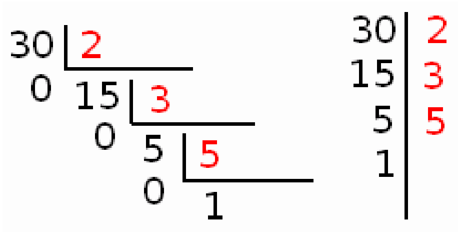
Método general para calcular el mínimo común múltiplo de un conjunto de números

Observa el siguiente ejemplo:

Calculemos el m.c.m. de 12 y de 30:

Descomponemos los números en producto de factores primos:





$12 = 2^2 \cdot 3$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

El mínimo común múltiplo es el **producto de los factores comunes, eligiendo el que tiene mayor exponente, y los factores no comunes:**

$m.c.m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Ejercicios

1. Calcula el m.c.d y el m.c.m de los siguientes pares de números:

a) 500 y 620

b) 132 y 74